

第十三届小学“希望杯”全国数学邀请赛

培训题 六年级

1. 若 $1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \cdots \times \frac{1}{2014} = M$ ，则 $1 \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \div \cdots \div \frac{1}{2015} =$ _____。（用 M 表示）

2. 计算： $1 + 2 + 3 + \cdots + 2015 + 2014 + 2013 + \cdots + 3 + 2 + 1$ 。

3. 计算： $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+2015}$ 。

4. 观察下面的数列，找出规律并填空：

3, 8, 15, 24, 35, 48, _____, 80, _____, 120.

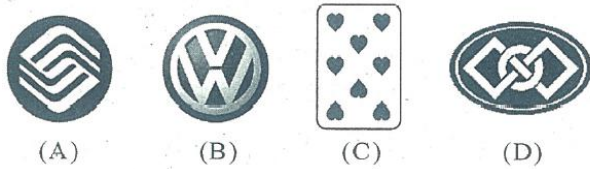
5. 四位数 $2AB9$ 能被 7 整除，则两位数 \overline{AB} 的最大值是多少？

6. 如果 $\frac{2}{9} < \frac{8}{\square} < \frac{3}{7}$, 则 \square 中可以填什么质数?

7. 将 $\frac{17}{90}$ 化成小数后, 第 2015 位是_____.

8. 某品牌电视机, 若 9 折销售, 可盈利 120 元, 若 85 折销售, 就会亏损 120 元, 则电视机的定价是_____元.

9. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



10. 求最小自然数 n , 使得 $131 \times n = 123456789 \dots$.

11. 一张比萨饼切 1 刀可分成两块，切 2 刀最多可分成 4 块。切 4 刀最多可以分成几块？（只能从比萨饼的上方切下去）

12. 已知两个正整数的乘积是 400，则这两个数的和的最大值与最小值的差是多少？

13. 如图 1 所示的 6 个点，每三个点都不在同一直线上，可以确定多少条不同的直线？（注：过任意两点可以确定一条直线）

14. 小于 24 且与 24 互质的自然数（不含 0）有几个？

15. 大于 20 且恰好有 3 个约数的自然数最小是几？

16. $a+b=25, c+d=12$, 求 $ac+bd+ad+bc$ 的值.

17. 计算 $\frac{2014}{n!}$ 所得的结果的个位数字不是 0, 求满足条件的 n 的最小值. (注:
 $n!=1\times 2\times 3\times \cdots \times (n-2)\times (n-1)\times n$)

18. 求个位数字和十位数字中至少有一个是 0 的三位数的个数.

19. 用 0、2、4、6、8 五个数字可以组成多少个三位数?

20. 在股票交易中, 每买进或卖出一种股票, 都须按成交额的 0.4% 和 0.6% 缴纳印花税和佣金 (通常所设的手续费), 小李于 3 月 15 日以每股 10 元的价格买进一种教育股 1000 股, 4 月 12 日又以每股 12 元的价格将这些股票全部卖出. 小李经过买, 卖这种股票一共赚了_____元.

21. 若一个正多边形的每个内角都是 162° ，那么，这个正多边形有几条边？
22. 若在一个正方形里画出它的所有的对称轴，则在这个图形中一共有多少个三角形？
23. 小慧到橙光书店买书。店员说“10 元可办一张会员卡，所有商品有会员卡可以打八折。”小慧办会员卡和买书，共付款 60.8 元。若小慧不办会员卡，则买书应付款_____元。
24. 妈妈从旧货市场买到一些瓷器茶具，有 3 个茶杯，3 个托碟，3 个茶匙。所有这些茶具都花色不同。如果 1 个茶杯，1 个托碟，1 个茶匙组成一套茶具，那么可以组成多少套不同的茶具？
25. 小明的妈妈给他买了一袋糖果，他第一天拿了全部的 $\frac{1}{7}$ ，第二天拿了这时余下的 $\frac{1}{6}$ ，第三天拿了这时余下的 $\frac{1}{5}$ ，以此类推，第四天拿了这时余下的 $\frac{1}{4}$ ，第五天拿了这时余下的 $\frac{1}{3}$ ，第六天拿了余下的 $\frac{1}{2}$ ，这时还剩下的 9 颗，问：第二天小明拿了多少颗糖果？

26. 若 20 个不自然数（不含 0）的平均数是 12，则这 20 个数中最大的数是多少？
27. 如图 2，若在一个正六边形中画出它的所有的对角线，则得到的图形中有多少个三角形？
28. 分母小于 10 的最简真分数有多少个？
29. 有一个小于 50 的自然数，它比某个完全平方数小 100，比另一个完全平方数小 28，求这个自然数.
30. 黑板上写有 2 个分数： $\frac{17}{2015}$ ， $\frac{19}{1209}$ ，作如下操作：
用两个数的差（大数-小数）取代大数，得到两个新的数. 再同样进行操作，直到出现两个相同的数. 求这个相同的数.

31. 将 16 写成 n 个奇数的和，不同的写法有多少种？（其中 $1+15$ 和 $15+1$ 视为一种）
32. $2014_6 - 2014_5$ 用十进制数表示是多少？（注： 2014_k 表示 k 进制数 2014）
33. 美国硬币的面值有 4 种：1 分，5 分，10 分，25 分。小白收集了 12 枚美国硬币，共计 83 分，其中有 5 枚硬币的面值相等。那么，小白收集了多少枚面值 10 分的美国硬币？
34. 将 5 个不同的质数从小到大排列组成一个多位数 M ，其中，从小到大排列的 5 个质数满足：任意两个相邻质数的差为同一个数。求 M 的最小值。
35. 将 1、2、3、4、5 分别填入图 3 所示的格子中，要求填在灰色格子里的数比它旁边的两个数小，有_____种不同的填法。

36. 10 克糖完全溶解在 90 克水中，将这杯糖水平均倒在 A 、 B 两个杯中，在 A 杯中加入 2 克糖完全搅匀，将 B 杯中的水蒸发掉 2 克。此时，在 A 、 B 两个杯子中的糖水哪个比较甜？

37. 4 条直线最多可以将一个平面分成_____部分。

38. 记号 $n!$ 表示从 1 开始的连续 n 个自然数的乘积，如 $3! = 1 \times 2 \times 3$ 。计算：

$$(11! - 10! + 9! - 8! + 7! - 6! + 5! - 4! + 3! - 2! + 1!) \times (2009 \times 2010 - 2010!).$$

39. 若正 n ($n \geq 3$) 边形的内角小于外角，求 n 的值。

40. x, y, z 分别对应 2, 3, 中的某个数，且它们互不相等，求 $(x^y)^z$ 的最大值。（注：

$$m^n = \underbrace{m \times m \times m \cdots \times m}_{n \text{ 个 } m}, \text{ 如 } 2^3 = 2 \times 2 \times 2$$

41. 洋洋早上 7 点起来发现夜里下了大雪，拿尺子量了一下，雪厚 11.4 厘米。8 点 15 又量了一下，雪厚 13.9 厘米。假设测量没有错且下雪速度一直保持不变，则大雪是几点几分开始下了？

42. 8 根长度分别是 1 厘米，2 厘米，…，8 厘米的小木棍，从中任取 3 根组成一个三角形，可以组成多少个不同的三角形？

43. 对于任意实数 x ，符号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，如 $[3.14] = 3$ ； $[0.5] = 0$ 。那么，
$$\left[\frac{2014}{3}\right] + \left[\frac{2015}{4}\right] + \left[\frac{2016}{5}\right] = \underline{\hspace{2cm}}。$$

44. 若三个质数的积是这三个质数和的 5 倍，则这三个质数分别是_____。

45. 一群猴子采集了一堆桃子放在草地上，准备第二天分配，猴王秘书乘夜色偷走了总数的 $\frac{1}{2}$ ，分管后勤的猴头乘夜色偷走了总数的 $\frac{1}{5}$ ，分管安全保卫的猴头偷走了总数的 $\frac{1}{7}$ ，猴大队长乘机偷走了总数的 $\frac{1}{12}$ ，猴二队长偷走了总数的 $\frac{1}{20}$ ，猴三队长偷走了总数的 $\frac{1}{42}$ ，有一只小猴也想去偷桃子，悄悄到堆放桃子处这时还有多少个桃子？

46. 比较 1.9×2^{2015} 和 1.1×4^{1008} 的大小。(注: 2^{2015} 表示 2015 个 2 的乘积, 4^{1008} 表示 1008 个 4 的乘积)

47. 桌子上顺次放着 3 个白子和 3 个黑子, 如图4(a)。若只准移动三次, 每次向右移动两个子(两个子的前后次序不能变动), 将它们变成黑白相间, 如图4(b)。那么, 应当怎样移动? 画出示意图。



图 4

48. 甲、乙、丙三人在 A、B 两块地做绿化, A 地面积是 600 平方米, B 地面积是 750 平方米。甲、乙、丙每小时分别可以绿化 40, 50, 60 平方米, 甲绿化 A 地, 丙绿化 B 地, 乙先在 A 地绿化, 然后转到 B 地绿化。已知 A, B 两块的绿化同时开始同时结束, 其中乙从 A 地转到 B 地的时间忽略不计, 问: 乙应在开始后几小时从 A 地转到 B 地?

49. 若三位数 \overline{xyz} 满足 $\overline{xyz} \times \overline{zyx} = \overline{xzyyx}$, 则此三位数是_____。

50. 体育系有 65 名学生, 其中 25 名是阿根廷球迷, 42 名是巴西球迷, 6 名既不是阿根廷球迷也不是巴西球迷。问, 有多少名学生既是阿根廷球迷又是巴西球迷?

51. 一个袋子里装有 10 个木块，上面分别写有从 1 到 10 这 10 个数。从袋子里任意取出两个木块，求木块上两个数的和为偶数的概率。（答案用最简分数表示）

52. 某风景区的介绍文字中说占地 6 万平方米。小华沿其外围走了一圈，测的长度约 800 米，于是小华断定风景区的面积被夸大，该风景区面积至少被夸大了多少平方米？（ $\pi=3$ ，答案四舍五入到个位）

53. 如图 5，已知四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $BC = CD$ 。请将这个四边形切成两块，拼成一个正方形（只说明切法与拼法，不需证明）。

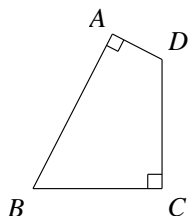


图5

54. 图 6 所示的正方形网格中有_____个等腰三角形。

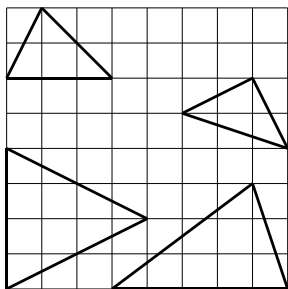


图6

55. 如图 7，已知 $\triangle ABC$ 的面积是 30 平方米， M 是 AB 上一点， $BM = \frac{1}{3}AB$ ， N 是 AC 上的中点，求 $\triangle AMN$ 的面积。

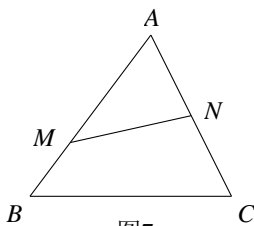


图7

56. 甲、乙两人从同一地点同时同向出发沿直线行走，两分钟后两人相距 100 米。已知甲的速度是 75 米/分，求乙的速度。

57. 设 $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 99 \times 100 = 12^n \times M$ ，其中 n, M 均为自然数，则 n 的最大值等于_____。

58. 将 2015 个连续自然数从小到大排成一行，若首尾两个数之和是 2044，求第 99 个数与第 1917 个数的和。

59. 图 8 是一个棱长为 3 的正方体。若把这个正方体切成棱长是 1 的小正方体，则这些小正方体的表面积之和是切割前的大正方体的表面积的几倍？

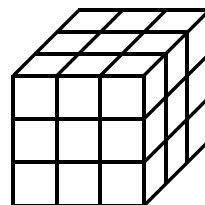
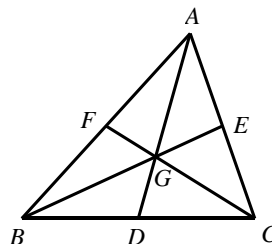


图8

60. 如图 9， $\triangle ABC$ 的三条中线相交于 G 点，则图中有多少对面积相等的三角形？

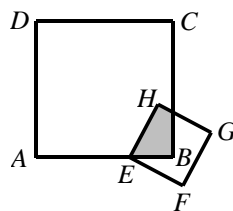


61. 四个年龄不超过 100 岁的人(其中有一对双胞胎), 他们年龄的乘积为 2015, 求他们的年龄和。

62. 若 a, b 是自然数, 则满足下列两个条件的分数 $\frac{a}{b}$ 有几个不同的值?

- (1) $b \leq 50$; (2) $\frac{1}{7} < \frac{a}{b} < \frac{2}{13}$ 。

63. 如图 10, 边长为 4 的正方形 EFGH 的一个顶点 E 在边长为 10 的正方形 ABCD 的边 AB 上, 阴影部分为重叠部分。当正方形 EFGH 绕着 E 点旋转时, 阴影部分的形状和面积都会发生变化。求多边形 ADCOHE 与多边形 EBOGF 的面积差。



64. 已知四位数 \overline{abcd} , 且 $\overline{abcd} \times 4 = \overline{dcba}$, 求四位数 \overline{abcd} 。

65. 一块小木板从 A 地漂流到 B 地用时 20 小时, 一艘船从 A 地行驶到 B 地用时 4 小时, 已知船速为 20 千米/时, 求 A、B 两地的距离。

66.如图 11, 天天家楼下小花园的平面图恰好落在一个 4×4 的方格中, 其中每个小方格的边长都是 2 米, 阴影部分都是高度为 1 米的花坛。有一次, 天天在家玩的时候不小心把钥匙从窗户抛了出去落在花园里, 如果落在了花坛 (即阴影部分) 他就不能自己捡到。求天天能自己捡到钥匙的概率。
(π 取 3, 结果用分数表示)

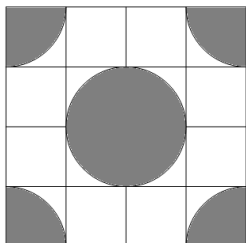


图11

67. 计算: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots$ (n 为自然数)。

68.如图 12, 四边形 $ABCD$ 中, 点 E 为 BD 上的一点, $\triangle CDE$, $\triangle CEB$, $\triangle ABE$ 的面积分别为 2, 3, 6, 求四边形 $ABCD$ 的面积。

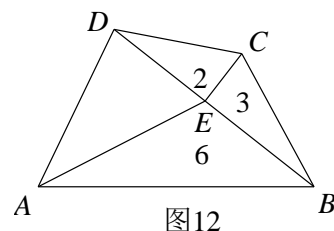


图12

69.如图 13, E, F 是正方形 $ABCD$ 的边 CD 的三等分点, G, H 是 AD 的四等分点, 连接 GF, EH , 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 12, 求 $S_{\triangle DGF} : S_{\triangle EFGH} : S_{\triangle ABCEH}$ 。

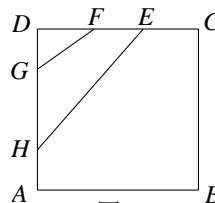


图13

70. 设 $[m]$ 表示不超过实数 m 的最大整数, 若 $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y < 3$, 求 $[x] + [y]$ 的值。

71. 在边长为 2 米的等边三角形内任意丢放 5 颗小石子，则总有两颗小石子的距离不超过 1 米，请说明理由。

72. 如图 14，将长方形纸片 $ABCD$ 沿对角线 BD 对折后，阴影部分的周长为 52，求长方形纸片 $ABCD$ 面积的最大值。

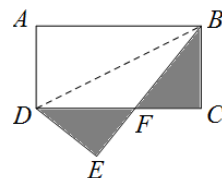


图14

73. 如图 15，小丽学习做手工扇子，下面是竹制的，上面是绢制的。如果圆弧 $BC=10$ ，圆弧 $AD=8$ ， $AB=CD=2$ ，求小丽做的扇子上绢的面积。



图 15

74. 将图 16 所示的 8×8 的大正方形分割成 11 个小正方形。请在图中画出你的分割方案。

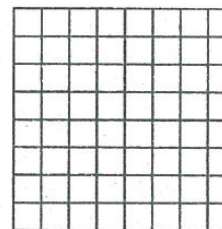


图 16

75. 如图 17，点 M 、 N 分别是边长为 4 米的正方形 $ABCD$ 的一组对边 AD 、 BC 的中点， P 、 Q 两点同时从 M 出发， P 按逆时针方向沿正方形的边运动，速度是 1 米/秒， Q 按顺时针方向沿正方形的边运动，速度是 2 米/秒。

- (1) 1 秒钟后， $\triangle NPQ$ 的面积是；
- (2) 3 秒钟后， $\triangle NPQ$ 的面积是；
- (3) 6 秒钟后， $\triangle NPQ$ 的面积是；
- (4) 2016 秒钟后， $\triangle NPQ$ 的面积是。

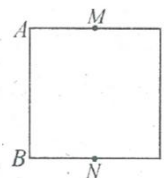


图 17

76. 小红发现 567 能被 27 整除, 675 也能被 27 整除, 756 也能被 27 乘除。这是巧合还是一般规律? 若是巧合, 请举出反例; 若是一般规律, 请予以证明。

77. 委员会 9 个成员对若干议案进行表决, 每个议案表决一次。每个委员每次表决可投赞成, 弃权, 反对三种票中的一种。经过 n 次投票后, 任何两个委员都有一次的投票不同。求 n 的最小值。

78. 用 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的五位数, 要求十位和千位上的数字是偶数, 则这样的五位数有多少个?

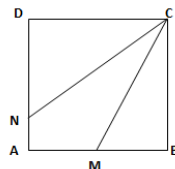
79. A, B, C, D, E 这五个字母随意排成一列, 求 B, C 在 A 的两侧且与 A 相邻的概率。

80. 六年级一班从 5 名干部中选出 0~5 位担任环保志愿者, 则不同的选派方法有多少种?

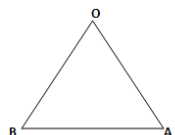
81.如图 18,已知 M 是正方形 ABCD 的边 AB 的中点。

(1) 在边 AD 上找出一点 N, 使得四边形 AMCN 的面积等于正方形 ABCD 的 $\frac{1}{3}$;

(2)能否在边 AD 上找出一点N', 使得四边形 AMCN'的面积等于正方形 ABCD 的 $\frac{1}{6}$, 若能说明理由; 若能, 给出具体方法。



82.图 19 是边长为 1 米的等边 $\triangle OAB$.这个保持区域里种有花草, 宠物不可入内。王大爷将宠物的一段钉在 O 点处, 绳长为 2 米。求宠物可以活动的区域的面积。(注: 等边三角形的面积可用近似为公式“ $0.43 \times \text{边长} \times \text{边长}$ ”计算, π 取 3)



83.位于平直公路上的甲、乙两地相距 60 千米。A、B 两车分别从甲、乙两地同时出发, 相向而行, 速度分别为 48 千米/小时和 36 千米/小时。则经过多少小时, 两车之间的距离是 24 千米?

84.两车分别为 60 千米/小时和 40 千米/小时的速度从甲、乙两地同时出发相向而行。经过两个小时, 两车的距离为 30 千米, 求甲、乙两地的距离。

85.从甲地租汽车运 62 吨货物到乙地。已知大车每次可运 10 吨, 运费 100 元; 小车每次可运 4 吨, 运费 60 元。王明同学算得运费最少只要 680 元。他的计算如下:

设租用大车 x 辆, 小车 y 辆, 则

$$10x + 4y = 62 \quad \text{即} \quad 5x + 2y = 31$$

$$\text{求得整数解为: } \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 13 \end{cases}$$

第一种方案运费为 $5 \times 100 + 3 \times 60 = 680$ (元);

第二种方案运费为 $3 \times 100 + 8 \times 60 = 780$ (元);

第三种方案运费为 $1 \times 100 + 13 \times 60 = 880$ (元)。

故第一种方案, 即租大车 5 辆小车 3 辆运费最省。

请问有没有更省钱的方案? 若有, 请给出一种具体方案。

86.袋中有 19 个同样大小的小球。其中红、蓝、绿、黄 4 种颜色的小球分别有 8 个、8 个、2 个、1 个。问至少取出多少个小球才能保证至少有 4 个**小球**是同色的？

87.年末，老鼠向大灰狼讨要工钱，大灰狼不想付工钱，就想了个鬼点子，它对老鼠说：“你们要是能说一句既不是真话也不是假话的话，我就马上付你们的工钱。如果你们说的是假话，那么你们要为我白干一年的活；如果你们说的是真话，那么你们要为我白干两年的活。”说完大灰狼得意的哈哈大笑。

请你出个主意，帮老鼠们讨回工钱。

88.华华要给如图 20 所示的图形涂色，要求相邻的两个部分不能涂相同的颜色，则至少要涂几种颜色？

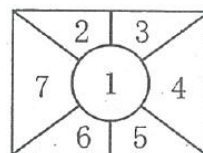
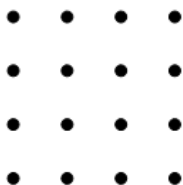


图 20

89. 如图,16 个点排列成 4×4 的点阵，求以这些点作为顶点的四边形的个数。



90.若自然数 m ， n 满足 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{6}$ ，求 $m+n$ 的最大值。

91. 如图 22，是某次考试后，某班 50 个同学的数学考试成绩分布图，求这次考试这个班的平均成绩的范围。

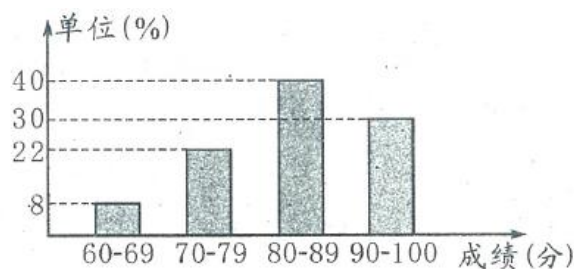


图 22

92. 一次数学考试后，五名学生分别描述了自己的成绩：

- A、我们 5 人的成绩都是整数，而且都不一样。
- B、我的成绩在我们五人中排名第三。
- C、我的分数是我们五人的平均数。
- D、我再多考 2 分就可以并列第一了。
- E、我的分数是你们四人的平均数加 2.5。

则他们五个人按成绩从高到低排名的顺序是。

93. 三位同学同时玩“石头、剪刀、布”的游戏，求一个回合分不出胜负的概率。

94. 某擂台赛中，甲乙双方都由 1 号、2 号、3 号三名运动员组成，规定：双方都按 1 号、2 号、3 号的顺序比赛，且每局的负者直接淘汰，胜者继续比赛（首先是两队的 1 号比赛，然后是负方的 2 号与胜方的 1 号比赛，...）直到有一队胜 3 局时，此队获胜，比赛结束。求甲乙双方的比赛有多少种不同情况？（注：甲的 1 号选手胜 3 局为一种情况；甲的 1 号选手胜 2 局，2 号选手胜一局算做另一种情况）

95. 爸爸开车从家送希希去少年宫，如果把车速提高 20%，可以比原定时间提前 1 小时到达，如果以原速行驶 120 千米，再将速度提高 25%，则可提前 40 分钟到达，则希希家与少年宫相距多少千米？

96. 数学老师取出 7 个大小相同的苹果，要求切开平均分给 8 位同学，你能办到吗？

97. 有三堆棋子，每堆棋子的数量相等，而且都只有黑白两种颜色。第一堆中的黑子和第二堆中的白子一样多，第三堆的黑子占全部黑子的 $\frac{2}{5}$ ，问三堆中的所有白子占全部棋子的几分之几？

98. 已知某中学张、王、李三位老师每人教语文、数学、外语中的一门课，还知道如下情况：

- (1) 李老师说全部用汉语
- (2) 外语老师是一位学生的哥哥
- (3) 张老师说女教师，她向数学老师问了一个问题。

从以上情况，知道：李老师说 _____，王老师说 _____，张老师说 _____。

99. 如图 23，一只瓶子里装有一些水，现只有一把尺子，请设计一个方法测出瓶子的容积。

100. 一个直角三角形的两条直角边长分别是 3 和 4，求以斜边为轴旋转形成的立体图形的体积。（ π 取 3）

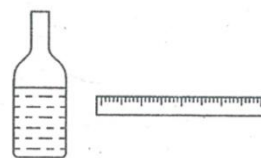


图 23