

书人教育 2014 年秋季六年级智力大比拼测试卷

第三部分 综合题解析

诚挚邀请各位家长来参加学而思杯，报学而思杯的三个理由：

1、来考试就送 2000 元课程抵用券，不记名可转让，每年新初一暑假会有 2500 人用到此券。

2、目前已有 1500 人报名，学而思会根据成绩建立一份优秀学员简历档案。

3、春季进入学而思尖端班的唯一入口，2013 年尖端预备班 300 学员 70% 进入南外和树人 3+3。

报名方式：服务中心报名或者拨打 4006-566-196 电话报名，报名费 20 元。

36. 有一个体积为 27 立方厘米的正方体，恰可以切成 3 个完全相同的长方体，其中一个长方体的表面积是_____平方厘米。

【答案】30

【考点】长方体与正方体的体积和表面积

【解析】设大正方体的边长是 a ，根据题意得：

$$a^3 = 27$$

$$a = 3$$

所以大正方体切成的 3 个长方体，长、宽、高分别为 3、3、1。

所以一个长方体的表面积为： $2 \times (3 \times 3 + 3 \times 1 + 3 \times 1) = 30$ （平方厘米）

37. 在平面上有 10 个点，任意 3 个点都不在同一条直线上，连接任意两个点得到 45 条直线，问组成了_____个三角形。

【答案】120

【考点】几何计数、排列组合

【解析】因为任意 3 点不共线，所以从 10 个点中任取 3 个，都可以构成 1 个三角形。

所以计算三角形的个数，只要看选 3 个点（无顺序）有多少种选法就行了。

$$C_{10}^3 = 120 \text{ (个)}$$

38. 口袋里有红、黄、绿三种颜色的球各 10 个，红球上标“4”，黄球上标“5”，绿球上标“6”，小明从中摸出 10 个球，所有球上的数字和为 49，问红球最多有_____个。

【答案】5

【考点】最值与构造

【解析】理论最大值为 10，但是此时数字和只有 $10 \times 4 = 40 < 49$ ，不合题意；

其次考虑 9，但是此时数字和最大为 $9 \times 4 + 6 = 42 < 49$ ，不合题意；

再考虑 8，但是此时数字和最大为 $8 \times 4 + 2 \times 6 = 44 < 49$ ，不合题意；

再考虑 7，但是此时数字和最大为 $7 \times 4 + 3 \times 6 = 46 < 49$ ，不合题意；

再考虑 6，但是此时数字和最大为 $6 \times 4 + 4 \times 6 = 48 < 49$ ，不合题意；

再考虑 5，此时 $5 \times 4 + 5 + 4 \times 6 = 49$ ，所以取 5 个红球、1 个黄球、4 个绿球就能满足要求，所以红球最多有 5 个。

39. 小明上周去文具店用 30 元买了 2 支钢笔和 4 支铅笔，这周再去发现钢笔降价 10%，铅笔涨价 20%，又用 30 元买了 3 支钢笔和 1 支铅笔，则现在钢笔比铅笔贵_____元.

【答案】6

【考点】列方程组解应用题

【解析】设钢笔原来 x 元，铅笔原来 y 元，根据题意列出方程组：

$$\begin{cases} 2x + 4y = 30 \\ 3 \times 0.9x + 1.2y = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 15 \\ 2.7x + 1.2y = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 6y = 45 \\ 13.5x + 6y = 150 \end{cases}$$

所以 $10.5x = 105$ ， $x = 10$ ；

将 $x = 10$ 代入一个方程，解出 $y = 2.5$ ；

所以原方程组的解为： $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2.5 \end{cases}$

所以现在钢笔比铅笔贵 $0.9x - 1.2y = 9 - 3 = 6$ （元）

40. 操场上有若干人，一部分站着，另一部分坐着，如果站着的人 25% 坐下，而坐着的人中有 25% 站起来，那么站着的人就占操场上人数的 60%。则原来站着的人占操场上人数的_____。（填百分数）

【答案】70%

【考点】百分数应用题

【解析】设原来坐着的有 x 人，站着的有 y 人，根据题意得：

$$\frac{75\%y + 25\%x}{x + y} = 60\%$$

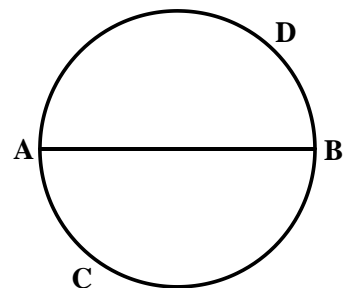
$$0.75y + 0.25x = 0.6x + 0.6y$$

$$0.15y = 0.35x$$

$$3y = 7x$$

$$\text{所以 } \frac{y}{x + y} = \frac{y}{\frac{3}{7}y + y} = \frac{7}{10} = 70\%$$

41. 如图，AB 是圆一条直径的两端，小张在 A 点，小王在 B 点，2 人同时出发逆时针而行，第一周内，他们在 C 点相遇，两人继续行走，在 D 点第二次相遇。已知 C 点距 A 点 79 米，D 点离 B 点 80 米，则这个圆的直径是_____米。（ π 取 3.14）



【答案】100

【考点】环形跑道中的多次相遇问题

【解析】第1次相遇，两人合走1个半圆，小张走了79米；

第2次相遇，两人合走3个半圆，小张应该走 $79 \times 3 = 237$ 米。

所以半圆的长度 $ACB = ACD - BD = 237 - 80 = 157$ （米）

所以圆的周长为 $157 \times 2 = 314$ （米）

所以 $AB = 314 \div \pi = 314 \div 3.14 = 100$ （米）

42. 兄弟俩为一块棉花田施肥，弟弟需要27小时才能施完，哥哥只需要9小时就能施完。如果按照弟弟、哥哥、弟弟、哥哥……的顺序轮流施肥各半小时，那么为整块棉花田施完肥共需要_____小时。

【答案】 $13\frac{2}{3}$

【考点】工程问题中的周期性

【解析】根据题意，弟弟工作半小时、哥哥工作半小时是一个完整周期。在一个周期内，两

人共工作1小时，完成整项工程的 $\frac{1}{27} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{54} + \frac{1}{18} = \frac{2}{27}$

因为 $1 \div \frac{2}{27} = \frac{27}{2} = 13.5$ ，所以两人在第14个周期内做完这项过程。

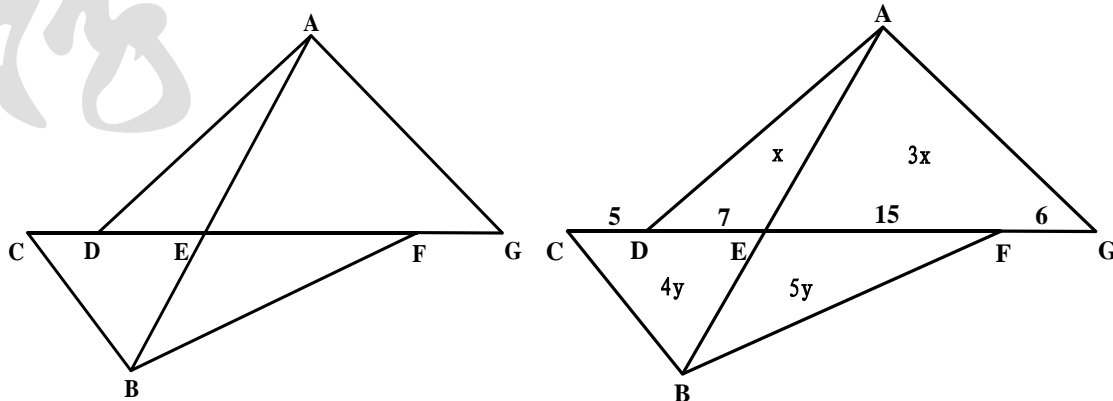
前13个周期内两人共完成 $\frac{2}{27} \times 13 = \frac{26}{27}$ ，还差 $1 - \frac{26}{27} = \frac{1}{27}$ 未完成；

弟弟接下来工作半小时能完成 $\frac{1}{54}$ ，还差 $\frac{1}{27} - \frac{1}{54} = \frac{1}{54}$ 未完成；

这部分工作哥哥还需要 $\frac{1}{54} \div \frac{1}{9} = \frac{1}{6}$ （小时）做完，

所以两人为整块棉花田施完肥共需要 $13 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = 13\frac{2}{3}$ （小时）

43. 如图， $CD=5$ ， $DE=7$ ， $EF=15$ ， $FG=6$ ，直线段AB将图形分成左右两部分，左边部分面积是38，右边部分面积是65，那么三角形BCF的面积是_____。



【答案】63

【考点】等高模型、二元一次方程组

【解析】因为 $DE:EG=7:21=1:3$ ，所以 $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle AEG}=1:3$

设 $S_{\triangle ADE}=x$ ，则 $S_{\triangle AEG}=3x$ ；

因为 $CE:EF=12:15=4:5$ ，所以 $S_{\triangle BCE}:S_{\triangle BEF}=4:5$

设 $S_{\triangle BCE}=4y$ ，则 $S_{\triangle BEF}=5y$ ；

所以根据题意列出方程组：

$$\begin{cases} x+4y=38 \\ 3x+5y=65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+12y=114 \\ 3x+5y=65 \end{cases}$$

所以 $7y=49$ ， $y=7$ ；

将 $y=7$ 代入一个方程，得到 $x=10$ 。

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=10 \\ y=7 \end{cases}$

所以 $S_{\triangle BCF}=9y=9\times 7=63$ 。

44. 在 10kg 浓度为 20% 的盐水中，加入浓度为 10% 的盐水和若干千克白开水，且加入的盐水是白开水的两倍，得到浓度为 15% 的盐水，则浓度为 10% 的盐水加了_____千克。

【答案】4

【考点】浓度问题

【解析】设加入的白开水为 x 千克，则加入的浓度为 10% 的盐水为 $2x$ 千克，根据题意列出方程：

$$\frac{10\times 20\%+10\%\times 2x}{10+x+2x}=15\%$$

$$\frac{2+0.2x}{10+3x}=0.15$$

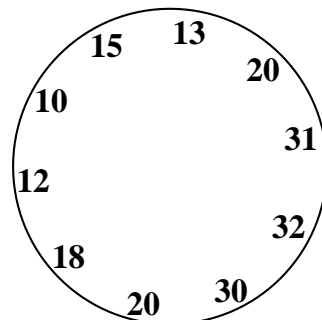
$$2+0.2x=1.5+0.45x$$

$$0.25x=0.5$$

$$x=2$$

所以加入的浓度为 10% 的盐水为 $2\times 2=4$ （千克）

45. 10 人围成一圈，每人心里想一个数，并把这个数告诉左右相邻的两个人。然后每个人把自己和左右两人的平均数亮出来，如下图所示，那么亮出 10 的人心中想的数是多少？_____。



【答案】12

【考点】平均数问题与整体代入

【解析】设亮出 13 的人心里想的数为 a_1 ，亮出 20 的人心里想的数为 a_2 ，亮出 31 的人心里想的数为 a_3 ，……，亮出 15 的人心里想的数为 a_{10} ，那么根据题意：

$$\begin{cases} a_{10} + a_1 + a_2 = 3 \times 13 = 39 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 3 \times 20 = 60 \\ a_2 + a_3 + a_4 = 3 \times 31 = 93 \\ \dots\dots\dots \\ a_9 + a_{10} + a_1 = 3 \times 15 = 45 \end{cases}$$

将这 10 个方程全加起来，得到：

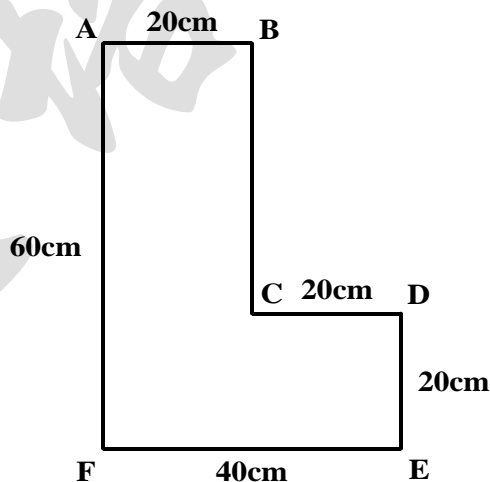
$$3 \times (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}) = 3 \times (13 + 20 + 31 + 32 + 30 + 20 + 18 + 12 + 10 + 15)$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 13 + 20 + 31 + 32 + 30 + 20 + 18 + 12 + 10 + 15 = 201$$

$$\text{又因为 } a_{10} + a_1 + a_2 = 3 \times 13 = 39, \quad a_3 + a_4 + a_5 = 3 \times 32 = 96, \quad a_6 + a_7 + a_8 = 3 \times 18 = 54$$

$$\text{所以 } a_9 = 201 - 39 - 96 - 54 = 12$$

46. 现有一块 L 形的蛋糕，如图所示，现在要求一刀把它切成三部分，则最小的那块面积最大是_____平方厘米。



【答案】320

【考点】几何图形中的最值、沙漏模型

【解析】要想一刀切成 3 部分，那这一刀必须经过 C 点。

如果沿着 AC 来切，如下图 1 所示：

$$\text{则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 20 \times 40 = 400 \text{ (平方厘米)}$$

$$\text{根据沙漏模型, } \frac{GH}{AB} = \frac{GC}{CB} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } GH = \frac{1}{2} AB = 10 \text{ (厘米)}, \quad HE = GE - GH = 20 - 10 = 10 \text{ (厘米)}$$

$$\text{所以 } S_{\text{梯形}CDEH} = \frac{1}{2} \times (CD + EH) \times DE = \frac{1}{2} \times (20 + 10) \times 20 = 300 \text{ (平方厘米)}$$

显然 $S_{\triangle AFH}$ 面积最大，所以此时最小的那块蛋糕面积为 300 平方厘米。

现在要想使最小的面积最大，也就是切线右上方的两块要尽量接近。我们发现，如果切线绕着 C 点顺时针转动（如下图 2），那么区域①的面积在变小，区域②的面积在增大，所以当①和②的面积相等时，最小的蛋糕面积最大。

设 $OB = x$ 厘米, 根据沙漏模型, $GH = \frac{x}{2}$ 厘米, 所以 $EH = 20 - \frac{x}{2}$ 厘米,

$$\frac{1}{2} \times OB \times BC = \frac{1}{2} \times (CD + EH) \times DE$$

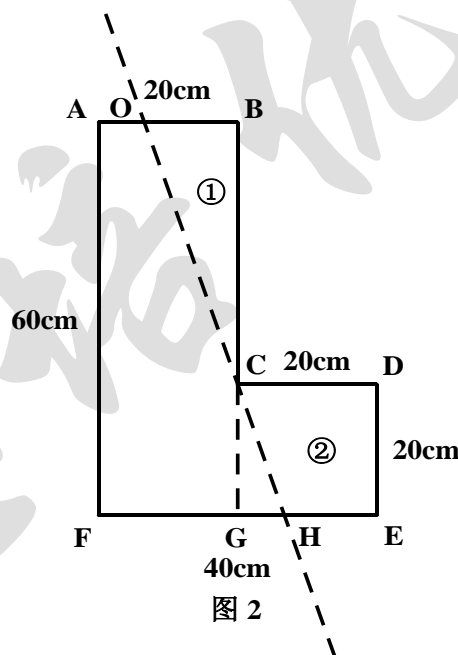
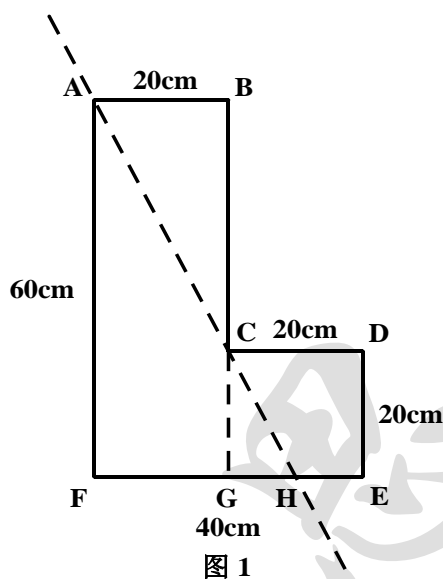
$$\frac{1}{2} \times x \times 40 = \frac{1}{2} \times (20 + 20 - \frac{x}{2}) \times 20$$

$$20x = 10 \times (40 - \frac{x}{2})$$

$$4x = 80 - x$$

$$x = 16$$

所以最小的面积最大为 $\frac{1}{2} \times 16 \times 40 = 320$ (平方厘米)



47. 小美有桃子, 小泉有芒果, 欧欧有苹果, 他们按下面的比例互换, 桃子与芒果为 3: 5, 桃子与苹果为 4: 5, 芒果与苹果为 4: 3. 现在小美共拿出 144 个桃子分别与其它两位互换, 小泉共拿出芒果 200 个与其它两人互换, 欧欧共拿出苹果 180 个与其他两人互换, 那么欧欧给了小美_____个苹果.

【答案】105

【考点】比例应用题

【解析】因为桃子与芒果互换的比例为 3: 5, 所以设互换的桃子和芒果的个数分别为 $3x$ 和 $5x$; 同理, 设互换的桃子与苹果的个数分别为 $4y$ 和 $5y$, 芒果与苹果的个数分别为 $4z$ 和 $3z$, 根据题意列出方程组如下:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 144 \\ 5x + 4z = 200 \\ 5y + 3z = 180 \end{cases}$$

解, 得:

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 21 \\ z = 25 \end{cases}$$

所以欧欧共给了小美 $5y = 5 \times 21 = 105$ (个) 苹果.

48. 有 5 个正整数，他们两两相加的和分别为 8、9、10、12、15、16、17、18、19、20，则这 5 个数分别为_____.

【答案】1、7、8、9、11

【考点】方程组与配对

【解析】显然，这 5 个正整数互不相等，设它们从小到大依次为 a 、 b 、 c 、 d 、 e ，则

$$a+b=8, a+c=9, c+e=19, d+e=20$$

把这 10 个和都加起来，每个数都被加了 4 次，

$$\text{所以 } 4(a+b+c+d+e)=8+9+10+12+15+16+17+18+19+20=144$$

$$a+b+c+d+e=36$$

$$\text{所以 } c=(a+b+c+d+e)-(a+b)-(d+e)=36-8-20=8$$

$$\text{所以 } a=9-8=1, b=8-1=7, e=19-8=11, d=20-11=9$$

所以这 5 个数依次为 1、7、8、9、11.

49. 在 1 和 342 两个数之间插入 30 个数，按从小到大的顺序排列，使得后面每一个数都不大于左右两数的平均数，求第 5 个数最大是_____.

【答案】56

【考点】最值问题与不等式

【解析】设 1 后面插入的第 1 个数为 a_1 ，第 2 个数为 a_2 ，……，第 30 个数为 a_{30} ；

a_1 与 1 的差为 b_1 ， a_2 与 a_1 的差为 b_2 ， a_3 与 a_2 的差为 b_3 ，……， a_{30} 与 a_{29} 的差为 b_{30} ，

342 与 a_{30} 的差为 b_{31} ，根据题意得：

$$a_1 \leq \frac{1+a_2}{2}$$

$$2a_1 \leq 1+a_2$$

$$a_1 - 1 \leq a_2 - a_1$$

$$b_1 \leq b_2$$

同理可得： $b_2 \leq b_3, b_3 \leq b_4, \dots, b_{30} \leq b_{31}$

又因为 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{31} = 342 - 1 = 341$ ，要想使插入的第 5 个数最大，那只能是 b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 都尽可能的大，所以 $b_1 = b_2 = b_3 = \dots = b_{31}$

$$\text{所以 } 31b_1 = 341, b_1 = 11$$

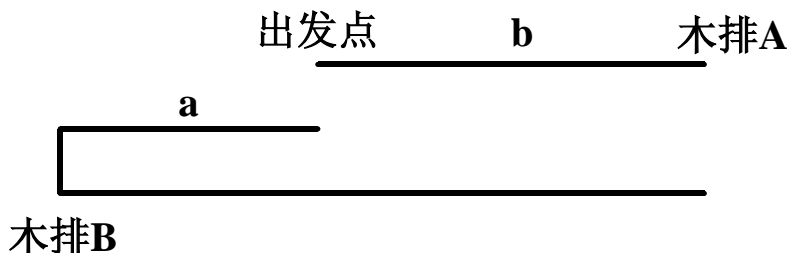
所以第 5 个数最大为 $1+11 \times 5 = 56$

50. 豆豆和乐乐在同一地点，要去下游一个地方报信(原话好像是播报紧急事件什么的)，豆豆以 11 千米每小时的速度跑到上游一个渡口乘木排而下，乐乐以 6 千米每小时的速度跑到下游的一个渡口乘木排而下。已知乐乐跑的距离比豆豆远，乐乐先到送信点。已知水速是一个正整数，则水速最大可能为_____千米/小时.

【答案】26

【考点】从极限情况考虑

【解析】乐乐要想先到送信点，只要保证他到达木排时豆豆在他身后即可.



设豆豆向上游跑的距离是 a 千米，乐乐向下游跑的距离是 b 千米，水速为 v 千米/小时，则豆豆到达木排 A 所用的时间为 $\frac{a}{11} + \frac{a+b}{v}$ 小时，乐乐到达木排 A 所用的时间

为 $\frac{b}{6}$ 小时。为了使乐乐先到，则

$$\frac{a}{11} + \frac{a+b}{v} \geq \frac{b}{6}$$

$$\frac{a+b}{v} \geq \frac{b}{6} - \frac{a}{11}$$

$$\frac{a+b}{v} \geq \frac{11b-6a}{66}$$

$$a+b \geq \frac{11b-6a}{66}v$$

$$v \leq \frac{66a+66b}{11b-6a}$$

$$v \leq \frac{66a-121b+187b}{11b-6a}$$

$$v \leq \frac{187b-(121b-66a)}{11b-6a}$$

$$v \leq \frac{187b-11 \times (11b-6a)}{11b-6a}$$

$$v \leq \frac{187b}{11b-6a} - 11$$

要想使 v 尽可能的大，也就是 $\frac{187b}{11b-6a} - 11$ 尽可能的大，所以 a 和 b 要尽可能的接近，我们考虑极限情况 $a=b$ ，则

$$v \leq \frac{187b}{11b-6b} - 11$$

$$v \leq \frac{187}{5} - 11$$

$$v \leq 26.4$$

因为 v 是正整数，所以 v 的最大值为 26。