

2015 数学花园探秘模拟测试（六年级）

姓名：_____ 得分：_____

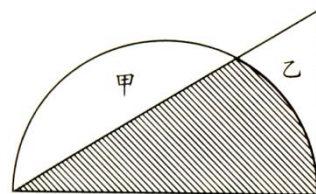
一、填空题（每题 8 分，共 32 分）

1. 请计算： $\frac{2015}{2014} + \frac{2014}{2015} - \frac{1}{2014 \times 2015} =$ _____.

【答案】2

【分析】 $\frac{2015}{2014} + \frac{2014}{2015} - \frac{1}{2014 \times 2015} = \frac{2015}{2014} + \frac{2014}{2015} - \left(\frac{1}{2014} - \frac{1}{2015} \right) = 2$

2. 下图中，甲区域比乙区域的面积大 57 平方厘米，且半圆的半径是 10 厘米。其中直角三角形竖起的直角边的长度是_____厘米。（ π 取 3.14）



【答案】10

【分析】差不变，即半圆比三角形的面积大 57，

$$S_{\text{半圆}} = \frac{1}{2} \times 3.14 \times 10^2 = 157, S_{\Delta} = 157 - 57 = 100, l = 100 \times 2 \div 20 = 10$$

3. 六年级一、二班共有 450 本书，其中一班占了 $\frac{5}{9}$ ，其余都是二班的。今天两班学生举行借书活动，一班的数借走了 $\frac{2}{5}$ ，二班借走了 $\frac{3}{8}$ 。那么，现在两班一共还剩下_____本书。

【答案】275

【分析】 $450 \times \frac{5}{9} = 250, 450 - 250 = 200, 250 \times (1 - \frac{2}{5}) + 200 \times (1 - \frac{3}{8}) = 275$

4. 如果三位数 \overline{ABC} 是 7 的倍数， \overline{BCA} 是 9 的倍数， \overline{CBA} 是 11 的倍数，那么 \overline{ABC} 所代表的三位数是_____。

【答案】693

【分析】结合 9 和 11 的整除特征，综合三个条件可以得出， \overline{ABC} 是 7、9、11 的倍数，所以是 $[7, 9, 11] = 693$ 的倍数

二、填空题（每题 10 分，共 40 分）

5. 如果自然数 a 的各位数字之和等于 7，那么就称 a 为“吉祥数”。将所有的“吉祥数”从小到大排成一列，那么，2014 是其中的第_____个。

【答案】66

【分析】从小到大枚举：

一位数：7，共 1 个

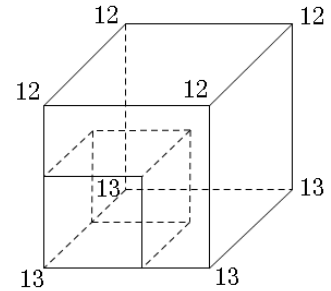
两位数：16~70，共 7 个

三位数：106~160，205~250，304~340，……，700，共 $7+6+5+\cdots+1=28$ 个

1 开头的四位数：1006~1060，1105~1150，……，1600，共 $7+6+5+\cdots+1=28$ 个

2 开头的四位数：2005、2014

6. 有一个棱长为 20 的大立方体，在它的每个角上按如图所示的方式各做一个小立方体，于是得到 8 个小立方体。在这些立方体中，上面 4 个的棱长为 12，下面 4 个的棱长为 13。那么，所有这 8 个小立方体公共部分的体积是_____。



【答案】80

【分析】中间重合的小长方体的底面由上方 4 个立方体决定，是个边长为 $12+12-20=4$ 的正方形，高由上下重合决定，为 $12+13-20=5$ ， $4\times 4\times 5=80$

7. 有一杯盐水，如果加入 200 克水，它的浓度就变为原来的一半；如果加入 25 克盐，它的浓度则变为原来的两倍。那么，这杯盐水原来的浓度是_____%。

【答案】10

【分析】由加入 200 克水（0%的盐水）浓度变为一半（0 和原浓度的平均数）可知这是个等量混合，即原盐水有 200 克，设原浓度为 x ，有

$$\frac{200x + 25}{200 + 25} = 2x \Rightarrow x = 10\%$$

8. 有一类 5 位数，组成它的 5 个数字中，任意 3 个数字的和都不小于 24，那么满足条件的 5 位数共有_____个。

【答案】62

【分析】先分析组成数字再分类计算

数字最小可以出现 6，否则无法凑出 24，有 6 则只能是 6,9,9,9,9， $C_5^1 = 5$ 种

没有 6，出现 7，则可能是 7,8,9,9,9 或 7,9,9,9,9， $A_5^2 + C_5^1 = 25$ 种

没有 7，出现 8，则可能是 8,9,9,9,9 或 8,8,9,9,9 或 8,8,8,9,9， $C_5^1 + C_5^2 + C_5^2 = 25$ 种

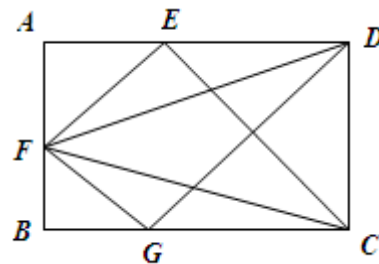
只有 8，8,8,8,8,8，1 种

有 8，还有 9，8,8,8,8,9 5 种

只有 9，即 9,9,9,9,9，1 种

三、填空题（每题 12 分，共 48 分）

9. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AE:ED = AF:AB = BG:GC$ 。已知 $\triangle EFC$ 的面积为 20， $\triangle FGD$ 的面积为 16，那么长方形 $ABCD$ 的面积是_____。



【答案】52

【分析】方法一（暴力破解法）：注意到 $AE = BG$ ， $ED = GC$ ，那么连接 EG 会把长方形分成两个长方形，则四边形 $DEFG$ 和 $CEFG$ 的面积都是四边形 $ABCD$ 面积的一半

设 $AF : FB = a : b$ ，则 $AE : ED = AF : AB = BG : GC = a : (a + b)$

则 $S_{\triangle AEF} : S_{\triangle BFG} = a : b$ ， $S_{\triangle AEF} : S_{\triangle DEF} = S_{\triangle BFG} : S_{\triangle CFG} = a : (a + b)$ ，

$S_{\triangle AEF} : S_{\triangle DEF} : S_{\triangle BFG} : S_{\triangle CFG} = a^2 : a(a + b) : ab : b(a + b)$

不妨就设四个三角形的面积为相应份数，则

$$a^2 + a(a + b) + ab + b(a + b) = 20 + b(a + b) = 16 + a(a + b) \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

总面积 $[20 + b(a + b)] \times 2 = 52$

方法二（沙漏金字塔）：注意到 $AE = BG$ ， $ED = GC$ ，那么连接 EG 会把长方形分成两个长方形，则四边形 $DEFG$ 和 $CEFG$ 的面积都是四边形 $ABCD$ 面积的一半

延长 AB 和 DG 交于 H ，那么 $BG : GC = BH : CD$ ，

又由于 $BG : GC = AF : AB$ ，所以 $AF : AB = BH : CD$ ，所以 $AF = BH$

那么 $AE : AD = AF : (AB + AF) = AF : (AB + BH) = AF : AH$ ，所以 $EF \parallel DG$

那么 $S_{\triangle DFG} = S_{\triangle DEG} = 16$ ，而这是长方形 $CEDG$ 的一半，则 $S_{\triangle DEF} + S_{\triangle CFG} = 16$ ，

而 $S_{ABCD} = S_{DEFG} + S_{CEFG} = S_{\triangle DEF} + S_{\triangle DFG} + S_{\triangle CFG} + S_{\triangle CEF} = 20 + 16 + 16 = 52$

10. 在 400 米环形跑道上进行 10000 米赛跑。乙始终保持一个固定的速度前进；甲刚开始的速度比乙慢，但一直没有被乙追上。计时到 30 分 0 秒时甲开始加速并保持这个速度；36 分 0 秒时甲追上乙，46 分 0 秒时甲再次追上乙，47 分 40 秒时甲到达终点。那么，乙的速度是每分钟跑_____米。

【答案】200

【分析】加速后 10 分钟追过一圈，两人速度差为 $400 \div 10 = 40$ （米/分），则加速前已经被落下 $40 \times 6 = 240$ 米，则开始时两人速度差为 $240 \div 30 = 8$ （米/分），设乙的速度为 x 米/分，有

$$30(x - 8) + 17\frac{2}{3}(x + 40) = 10000 \Rightarrow x = 200$$

11. 海淀区的一些小学生参加一次数学竞赛，且这次竞赛共 6 道试题，已知每道题恰有 500 名学生答对，但任意两名学生中，至少有一道试题使两个学生都没有答对。那么，海淀区至少有_____名学生参加了这次数学竞赛。

【答案】1000

【分析】由于一共答对了 3000 题，想要人数少，那么每人答对的题就必须尽量多

首先，每人答对 3 题是可行的，构造 4 人一组，每组中的同学分别答对第 123、145、246、356

题，共 250 组即可，此时需 1000 名同学

接下来证明如果有答对多于 3 题的同学，总人数一定超过 1000 名：

由于任两人都有同一题答错，那么不可能有全对的同学；

同样的，也不会有只错一题的同学，否则其他同学必须都错这一题才能和他有同一题答错，就不能满足每道题都有 500 人答对；

如果有一个同学只错了 AB 两题，那么不会有任何一名同学同时答对 AB 两题，则至少要有 500 名同学答对 A 题，500 名同学答对 B 题，总人数必然大于 1000

12. 请参考《2015 年“数学花园探秘”初试试题评选方法》作答.

【答案】略

【分析】略