

第 5 届“启智杯”数学思维竞赛题（小学组模拟题）

年级

姓名

成绩

考生须知

1. 本试卷共 4 页，共 12 题
2. 本试卷每题 10 分，满分 120 分，考试时间 120 分钟
3. 【考生注意】只写答案没有过程最多得 5 分

1. 将 1 到 9 这 9 个数分别填入下图的 9 个空格中，要求先填 1，再在与 1 相邻(即左、右或上、下)的格中填 2，再在与 2 相邻的空格中填 3，依次类推，……，最后填 9，如何填，使得加法算式成立，并简要说明理由。

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 + \square \square \square \\
 \hline
 \square \square \square
 \end{array}$$

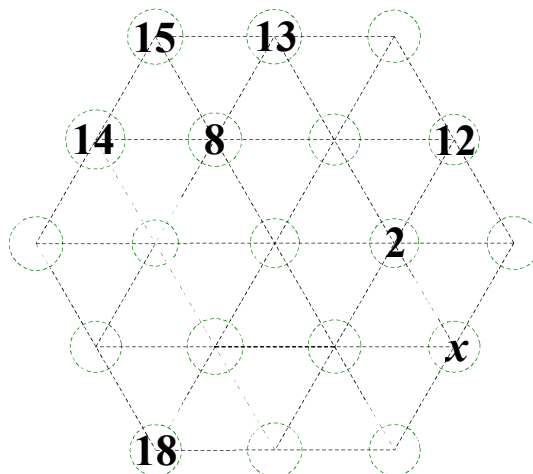
【答案】根据要求可以判断 9 个数中 4 个角和正中间的数必须为奇数(否则无法一笔画完)。上面 6 数相加为 27，和的数字相加为 18(1-9 数字相加为 45，可以判断只发生一次进位)，1 不可能在左下角，1 也不可能在右下角(1 如果在右下角，和必然为 891，1 的上面要为 2 和 9，矛盾)，结合百位不进位、和的三位数字相加为 18，不难试出以上结论。

$$129 + 438 = 567$$

2. 在算式 $2\square 0\square 1\square 4\square 1\square 1\square 3\square 0$ 中的每一个 \square 内填入加、减、乘、除(可重复挑选)，然后允许在算式中添加一些括号(也可以不添加)，请问所能得到的最大的数是多少。请简要说明理由。

【答案】首先能确定的是肯定不填减号和除号，又因为所有数的和是一个确定的数，使乘积尽量大，就多 3 少 2 不要 1， $(2+0+1)\times 4\times (1+1)\times 3+0=72$

3. 据说美国有一位铁路职工花了 50 余年的业余时间，研究得到了一个六角幻方，如图所示的每一个圆中分别填写了 1, 2, …, 19 中的一个数字(不同圆中所填写的数字各不相同)，使得图中每一条直线上或每条斜线上的几个圆内的数之和都相等，现在已知该图中七个圆内的数字，则图中的 $x =$ _____。并简要说明理由。



【答案】 $14 + 8 + 12 = 13 + 2 + x$ ，所以 $x = 19$ 。

4. 根据前面三个图中数字的规律，说明你发现的规律，并完成第 4 幅图， $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

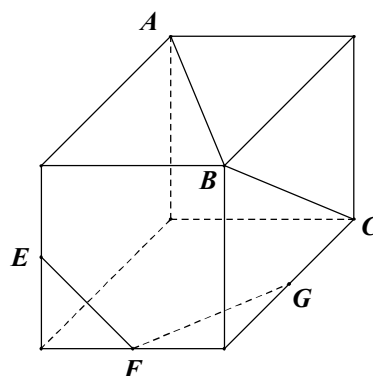
2		4		6		b
1	3	3	15	5	35	a c

【答案】第一幅图是 1, 2，第二幅图是 3, 4，第三幅图是 5, 6，所以第四幅图的 a, b 分别为 7, 8，而第一幅图 $1 \times 2 + 1 = 3$ ，第二幅图 $3 \times 4 + 3 = 15$ ，第三幅图 $5 \times 6 + 5 = 35$ ，第四幅图 $c = 7 \times 8 + 7 = 63$ 。

5. 马四爷家里有 100 盏灯排一排，编号依次为 1, 2, 3, ……，100，开始电灯全部关着，若拉某盏灯对应编号的开关，则这盏灯和它左右相邻的各一盏灯一起改变状态（熄变亮，亮变熄，如果存在左右相邻）。现在家里来了 100 个客人，第一个人把所有编号为 1 的倍数的灯的开关都拉一次，第二个人把编号为 2 的倍数的灯的开关都拉一次，第三个人把所有编号为 3 的倍数的灯的开关都拉一次，……，直到第 100 个人将编号为 100 的倍数的灯的开关拉一次。这时，还有 28 盏灯泡是亮着的。

【答案】28，每盏灯被它的因数拉过一次，也被它相邻数的因数拉过一次，因数个数为奇数的灯最后为亮着，而因数个数为奇数的数为完全平方数，讨论完全平方数及完全平方数旁边的数，偶数+偶数+奇数=奇数，故所有完全平方数及其旁边的数的灯都将亮着，有 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 共 10 个完全平方数，及其旁边的数共有 $8 \times 3 + 2 \times 2 = 28$ 个。

6. 如图正方体，连接 AB, BC 则 $\angle ABC = \underline{60^\circ}$ 。E、F、G 分别是各边中点，连接 EF, FG ，则 $\angle EFG = \underline{120^\circ}$ 。



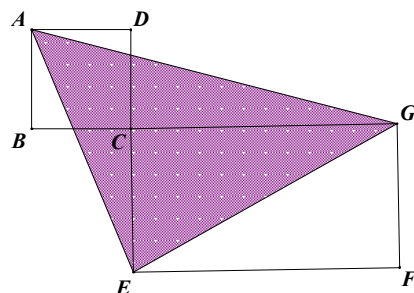
【答案】 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle EFG = 120^\circ$ ，连接 AC ，发现三角形 ABC 为等边三角形，而连接中间两边的各边中点，可得一个正六边形。

7. 下表是“天虹”商场自早上开始营业后 8 分钟内对顾客进出超市情况的记录，其中正数表示进入，负数表示走出。在 8 分钟内第 5 分钟时该商场内的顾客最多，这 8 分钟内总共光顾过天虹商场的有 20 人。

时间/分	1	2	3	4	5	6	7	8
人数	+10	-3	+2	-1	+5	-4	+3	-2

【答案】第 5 分钟时该商场内的顾客最多，这 8 分钟内总共光顾过天虹的有 $10+2+5+3=20$ (人)。

8. 如图，正方形 $ABCD$ 的面积为 16，延长 BC 与 DC 构造面积为 64 的长方形 $CEFG$ ，则三角形 AEG 的面积最小为多少？

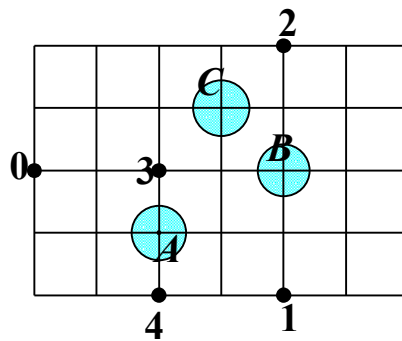


【答案】连接 AC ，把三角形 AEG 分为三个三角形，三角形 CEG 的面积为 32，
 $S_{\triangle ACE} + S_{\triangle ACG} = \frac{AD \times CE + AB \times CG}{2} = 2(CE + CG)$ ， $CE \times CG = 64$ ，当 $CE = CG = 8$ 时，
 $S_{\triangle ACE} + S_{\triangle ACG}$ 取得最小值 $(8+8) \times 2 = 32$ ，所以三角形 AEG 最小为 $32 + 32 = 64$ 。

9. 在 5 个人之间，消息的传递是通过电话进行的，当甲与乙两个人通话时，甲把他当时所知道的一切信息全部告诉乙，乙也把自己所知道的全部信息告诉甲。请你设计一种方案，使得只需打电话 6 次，就可以使得每个人都知道其他所有人的信息。

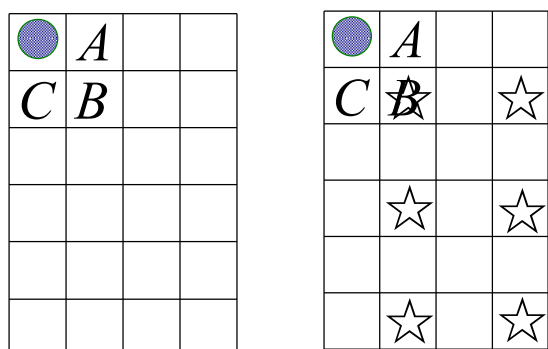
【答案】假设 5 个人分别为 a, b, c, d, e ，第一次 (d, e) ， d 把 e 的信息传承过来，第二次 (a, b) ，第三次 (c, d) ，第四次 (b, c) ，第五次 (a, d) 这样一来， a, b, c, d 四个人已经知道每个人的信息，只要 d 与 e 再打一次电话就可以了。

10. 如图，是一片刚刚收割过的稻田，每个小正方形的边长是 1 米， A, B, C 三点周围的阴影部分是圆形的水洼。一只小鸟飞来飞去，四处觅食，它最初停留在 0 号位，过了一会儿，它跃过水洼，飞到关于 A 点对称的 1 号位；不久它又飞到了关于 B 点对称的 2 号位；接着，它飞到关于 C 点对称的 3 号位，再飞到关于 A 点对称的 4 号位，……，如此继续，一直对称地飞下去。由此推断，2014 号位和 1 号位之间的距离是多少米？



【答案】2014 号位与 4 号位重合，与 1 号位距离 2 米

11. 右图是一个 4×6 的方格棋盘，左上角有一枚棋子。甲先乙后，二人轮流走这枚棋子，每人每次只能向下，向右走一格，或者向右下走一格。如图中棋子可以走入 A, B, C 三格之一，谁将棋子走入右下角方格中谁获胜。如果都按最佳方法走，那么谁将获胜？有什么必胜的策略？



【答案】甲必胜，如图倒推必胜点，甲先走，甲先右下走一格到 B 点，抢占必胜点，依次抢占必胜点即可。

12. 某商场为提高彩电销售人员的积极性，制定了新的工资分配方案. 方案规定：每位销售人员的工资总额=基本工资+奖励工资. 每位销售人员的月销售定额为 10000 元，在销售定额内得到基本工资 1500 元；超过销售定额，超过部分的销售额按相应的比例作为奖励工资，奖励工资发放比例如下表所示：

销售额	奖励工资比例
超过 10000 元但不超过 15000 元	5%
超过 15000 元但不超过 20000 元	8%
20000 元以上	10%

- (1) 已知甲销售员本月领到的工资总额为 2100 元，那么甲销售员本月的销售额是多少？
 (2) 乙销售员本月销售 A 、 B 两种型号的电视机共 21 台，乙销售员本月领到工资是 2600. 又知 A 型彩电的销售价为每台 1000 元， B 型彩电的销售价为每台 1500 元. 那么乙销售员本月销售 A 型彩电多少台？

【答案】(1) 19375；(2) 14 台

(1) 超过 10000 元但不超过 15000 元共奖励 $5000 \times 5\% = 250$ 元，超过 15000 不超过 20000 元共奖励 $5000 \times 8\% = 400$ 元，有 $2100 - 1500 = 600$ 的奖励工资， $(600 - 250) \div 8\% = 4375$ 元，本月销售额为 $15000 + 4375 = 19375$ 元；

(2) $(2600 - 1500 - 250 - 400) \div 10\% = 4500$ 元，销售额为 $20000 + 4500 = 24500$ 元， $(21 \times 1500 - 24500) \div (1500 - 1000) = 14$ 台.