

启智杯

## 目 录

2012 深圳市第 3 届“启智杯”数学思维竞赛题 (A 组) .....	1
2011 深圳市第 2 届“启智杯”数学思维竞赛题 (A 组) .....	3
2010 深圳市第 1 届“启智杯”数学思维竞赛题 (A 组) .....	5
2012 深圳市第 3 届“启智杯”数学思维竞赛题答案 (A 组) .....	7
2011 深圳市第 2 届“启智杯”数学思维竞赛题答案 (A 组) .....	9
2010 深圳市第 1 届“启智杯”数学思维竞赛题答案 (A 组) .....	11

深圳学而思教研部精心整理启智杯历年真题，希望能帮到同学们！  
虽然反复审校，疏漏之处仍在所难免，有任何意见或建议，欢迎反馈给  
任课老师或者发邮件至 [daixueke@100tal.com](mailto:daixueke@100tal.com)  
祝同学们取得优异成绩！

2012 深圳市第 3 届“启智杯”数学思维竞赛题 (A 组)

1、如图所示的算式中，相同的汉字表示相同的一位数字，不同的汉字表示不同的一位数字，则我+爱+启+智+杯=\_\_\_\_\_。写出你的推算过程。

$$\begin{array}{r}
 \text{杯} \\
 \text{智 杯} \\
 \text{启 智 杯} \\
 \text{爱 启 智 杯} \\
 + \text{爱 启 智 杯} \\
 \hline
 \text{我 爱 启 智 杯}
 \end{array}$$

2、有三个封口的袋子，里面都装着同样重量和大小的小球，A 袋子内装着红球，B 袋子内装着白球，C 袋子内混合装着红球和白球。三个袋子分别贴有“红色”、“白色”、“混合色”的标签，可惜每一个标签都与袋子中球的实际颜色不符。现在允许你只打开一个袋子，从中摸出一球（不准看袋子里面），看着这个球的颜色，你能立刻为三个袋子贴上正确的标签吗？请说明你的具体操作方法。

3、在 6, 9, 15, 19, 21, 27 中，从不同的角度看，你会发现有一个与众不同的数，这个数是几？请你写出 4 个不同的答案，并说明理由。

4、观察下列等式：

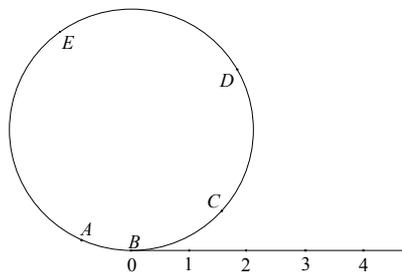
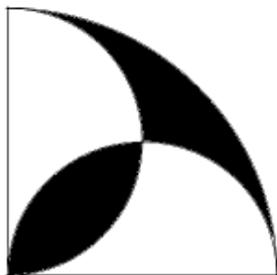
$$12 \times 231 = 132 \times 21; \quad 23 \times 352 = 253 \times 32; \quad 35 \times 583 = 385 \times 53$$

以上每个等式中两边的数字是分别对称的，且每个等式中的两位数与三位数的数字之间具有相同的规律，我们称这类等式为“数字对称式”，请根据上述各式所反映的规律填空，使下列式子称为数字对称式。

(1)  $62 \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \times 26$ ;      (2)  $\underline{\hspace{2cm}} \times 891 = 198 \times \underline{\hspace{2cm}}$ .

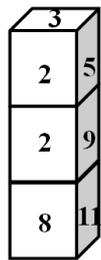
说明你发现的规律。

5、如图所示，在四分之一圆内含两个以半径为直径的半圆，求图中阴影部分的面积和空白处的面积之比。（ $\pi$  取 3.14）

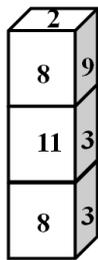


6、如图所示，已知圆周上的五个点 A、B、C、D、E 依次间隔弧长为 1、2、3、4 厘米，而 E 和 A 之间的弧长为 5 厘米，有一根很长的直尺，该直尺上的整整长度处依次标上 1 厘米，2 厘米、3 厘米、4 厘米……现在将该圆放在直尺上，将点 B 放在标有 0 厘米的刻度处，让圆沿着直尺由左到右无滑动滚动前进，问在直尺的 2012 厘米处与圆周上对应的英文字母是\_\_\_\_\_。说明你的推算过程。

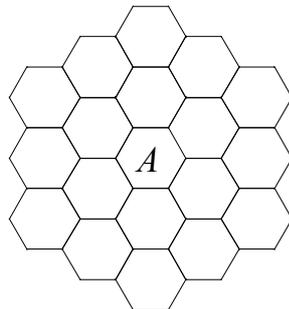
7、将数字 2、3、5、8、9、11 书写在每一个骰子的六个表面上，做成 6 枚一样的骰子，分别取 3 枚这种同样的骰子叠放成如图 A 和 B 的两个柱体。问柱体 A 和柱体 B 的表面（不含底面）点数之和分别是多少？说明你的理由。



A



B

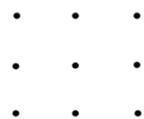


8、用相同大小的正六边形来铺广场，按如上图所示的方式来铺设，中间的正六边形瓷砖记为 A，定义它为第一层，在它的周围铺上同样大小的正六边形瓷砖，定义为第二层，在第二层的外围铺上同样大小的正六边形瓷砖，定义为第三层，……，按这种方式铺下去，当铺第 15 层时，用了\_\_\_\_\_块瓷砖。请说出你的规律。

9、本题分为两个小题，每题各 5 分。请分别写出解题过程。

- (1) 有三个连续的自然数，由小到大依次分别是 3、4、5 整除，那么这三个数各是几？
- (2) 三个连续自然数，由小到大依次分别是 7、10、13 整除，那么，所有这三个自然数组中，最小的一组是多少？

10、如图所示，在一块  $2cm \times 2cm$  的方格网板上钉上 9 颗图钉。如果用线绳围成三角形，大小形状完全相同的算一类，问其中面积为  $\frac{1}{2}cm^2$  的三角形有几类？分别在图中画出一个。每类各有多少个不同位置的三角形？一共有多少个？



11、仔细观察右边的算式，答案 649 正好和上边的被减数 946 的数字排列相反。如果选另外三位数减掉 297 后，答案也正好和所选的三位数的数字顺序相反的话，可以选出若干组这样的三位数，那么一共可以选出多少个这样的三位数？说明它的特征。

$$\begin{array}{r} 946 \\ - 297 \\ \hline 649 \end{array}$$

12、国庆期间，天虹商场采取“买满 200 送 100 连环送”的酬宾活动，规则如下：

(一) 顾客在商场内消费每满 200 元就送 100 元购物券，多买多送（满 400 送 200，以此类推），消费不足 200 元的部分不赠送。

(二) 购物券不能兑换现金，但可以与现金同等使用，用购物券购物同样享受满 200 送 100。

问题：(1) 如果你有 1000 元，最多能购买价值多少钱的商品？说明你的购买策略。

(2) 如果某顾客计划在该店购买的商品及价格如下表所示：

商品名	旅游鞋	羊毛衫	T 恤	浴巾	拉杆箱	皮带	日用品若干	合计
价格	338	798	458	148	205	256	约 170	约 2370

该顾客要至少需要支付多少现金？说明你的购买策略。

2011 深圳市第 2 届“启智杯”数学思维竞赛题 (A 组)

1. 今天是 2011 年 12 月 03 日, 请在 20111203 八个数字之间添加 +、-、×、÷ 四种运算符号中的某些符号, 使得下面等式成立.

$$2 \square 0 \square 1 \square 1 \square 1 \square 2 \square 0 \square 3 = 9$$

2. 汉字“数”、“学”、“好”分别表示不同的数字, 根据下列所给算式, 则“数”表示数字\_\_\_\_\_, “学”表示数字\_\_\_\_\_, “好”表示数字\_\_\_\_\_.

$$\begin{array}{r} \text{学 好} \\ \text{学 好} \\ \text{学 好} \\ + \text{学 好} \\ \hline \text{数 学} \end{array}$$

3. “启”、“智”、“杯”各表示一个数字, 同时满足下列等式:

① 启 + 智 + 杯 = 22; ② 启 - 智 + 杯 = 4; ③ 启 + 智 - 杯 = 6

则“启”表示\_\_\_\_\_, “智”表示\_\_\_\_\_, “杯”表示\_\_\_\_\_.

4. 有一个孤岛, 那里的人们在商品交易时有如下特殊的要求:

(1) 所有商品价格 (单位: 元) 为整数, 且不超过 31 元.

(2) 消费者支付款项时, 每一种币值的钱币最多只能使用 1 枚, 而且商家不找零钱.

问: 为了保证公平交易 (照实支付), 至少应该生产\_\_\_\_\_种不同面值的钱币, 请具体列举出来: \_\_\_\_\_.

5. 按照下图规律, 写出第四个图中  $x, y, z$  所表示的三个数.  $x = \underline{\quad}$ ,  $y = \underline{\quad}$ ,  $z = \underline{\quad}$ . 请说明理由: \_\_\_\_\_.

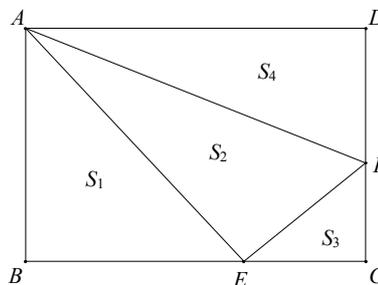
图一	图二	图三	图四
$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 2 \\ \hline 7 & 15 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 7 & 5 \\ \hline 10 & 51 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 6 & 4 \\ \hline 9 & 37 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 11 & x \\ \hline y & z \\ \hline \end{array}$

6. 在同一个布袋里有红色、黄色、蓝色袜子各 15 只, 最少要拿\_\_\_\_\_只, 才能保证其中至少有 2 双颜色不同的袜子 (注意: 袜子不分左右).

$a$	$b$	$c$
$d$	$e$	$f$

7. 如图所示是 2011 年 12 月份的日期, 现用一矩形在日历中任意框出 6 个数, 请用一个等式表示  $a, b, c, d, e, f$  这 6 个数之间的关系是\_\_\_\_\_.

一	二	三	四	五	六	日
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	



8. 如上图所示, 长方形的长: 宽 = 4:3, 将该长方形划分为四个三角形, 其面积分别是  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . 若  $S_1 = S_2 + S_3 = S_4$ , 则  $S_2 : S_3 = \underline{\quad}$ .

9.  $a, b, c, d$  为正整数, 满足等式  $\frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}} = \frac{30}{43}$ , 则  $d =$  \_\_\_\_\_.

10. 观察下面的算式:

$$0 \times 0 = 0 - 0, \quad 1 \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad 2 \times \frac{2}{3} = 2 - \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \dots\dots$$

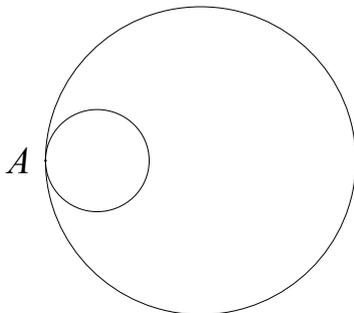
根据算式反映出的规律, 再写出满足这个规律的两个算式.

\_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ .

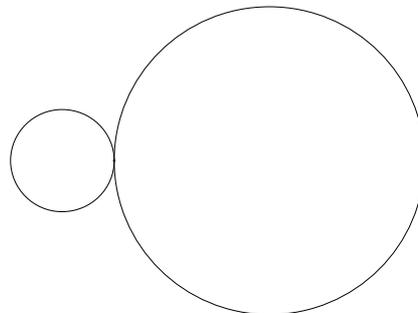
11. 半径为 1 的圆沿着半径为 3 的圆的内侧与外侧无滑动地滚动 (如下图), 当它们回到开始滚动的位置时:

(1) 哪个圆滚动的圈数多? 为什么? \_\_\_\_\_

(2) 若点  $A$  是内侧滚动圆上的一个定点 (如甲图), 请在甲图中画出点  $A$  的运动路线.

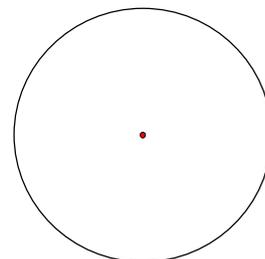
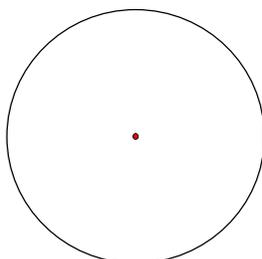
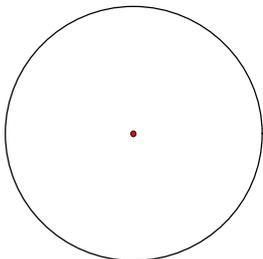


甲图



乙图

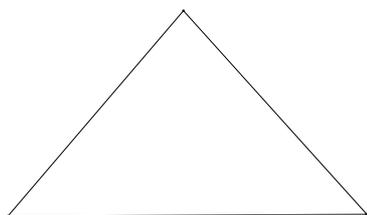
12. 有一家公司董事长想从他四个得力助手中挑选一名担任策划部总经理, 他给他们出了以下问题: 把一闲置的圆形土地平均分成四块, 要求每块都与其他三块相连 (即有公共边). 请在下列所给图中至少画出 2 个符合要求的分割方法.



13.  $A, B, C, D$  四个盒子中分别放有 6, 5, 4, 3, 个球. 第一个小朋友找到放球最少的盒子, 从其它的盒子中各取 1 个球放入这个盒子中, 然后第二个小朋友又找到一个放球最少的盒子, 从其它的盒子中各取 1 个球放入这个盒子中, .....如此进行下去, 当第 2011 个小朋友放完后,  $A, B, C, D$  四个盒子中的球数依次是多少个?

2010 深圳市第 1 届“启智杯”数学思维竞赛题 (A 组)

1. 一张三角形的纸片, 请你剪去一个角, 要求还剩三个角, 想一想, 该怎样剪?



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤ ⑥ ⑦ ⑧

2. 桌上放着八枚硬币, 竖着放五枚, 横着放四枚 (如上图), 请问: 如果只许移动其中一枚, 能否使横竖都成为五枚硬币?

3. 请在四个数字 5 之间, 适当添加 +, -, ×, ÷, () 这些符号, 以使等式成立.

- (1)  $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 1$ ;
- (2)  $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 2$ ;
- (3)  $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 3$ ;
- (4)  $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 4$ ;
- (5)  $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 5$ ;
- (6)  $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 6$ .

4. 下面是一组被打乱的数字, 在被打乱之前它们之间有一个非常有趣的规律. 你试着找找看, 然后按其原有的规律重新把下面的数字排列起来, 并说明原来的规律是什么.

3, 5, 13, 21, 1, 1, 2, 8

5. 在下列题目中缺少一个图, 你认为从左边选择哪一个图插入右边空挡比较合理? 说明你的理由. ( )



6. 商店规定 4 个空汽水瓶可换一瓶汽水, 某班 28 位同学春游, 他们至少买多少瓶汽水才能确保每人有一瓶汽水喝?

7. 一位 3 米高的巨人, 沿赤道(假定赤道是一个圆)环绕地球步行一周, 那么他的脚底沿赤道圆周移动了一圈, 他的头顶画出了一个比赤道更大的圆. 已知地球赤道的半径是 6371 千米. 在这次环球旅行中, 这位巨人的头顶比他的脚底多走了多少米? 我们可以这样来计算:

巨人的脚底走过的圆, 半径是 6371 千米. 巨人的身高是 3 米, 所以他的头顶走过的圆的半径比脚走过的圆的半径增加 3 米. 若都用千米做长度单位, 半径就增加 0.003 千米. 取圆周率的近似值为 3.14, 那么两圆周长的差为:

$$3.14 \times 2 \times (6371 + 0.003) - 3.14 \times 2 \times 6371 = 3.14 \times 0.003 \times 2 = 0.01884 \text{ (km)} = 18.84 \text{ (m)}.$$

结论是: 环绕地球一周, 巨人的头顶只比脚底多走 18.84 米.

如果这位巨人打算再环绕月球表面步行一圈 (假定这个圈是以月球球心为圆心的圆), 那样一圈走下来, 他的头顶比脚底多走了\_\_\_\_\_米呢?

8. 我们知道: 1 条直线可以把一个平面分成两个部分, 2 条直线最多可以把一个平面分成四个部分, 那么 8 条直线最多可以把一个平面分成\_\_\_\_\_个部分.

9. 某人每天下午 5 点钟下班, 由汽车按时到达接他回家. 一天, 他提前一个小时结束工作, 因汽车未到达而步行回家, 在途中遇到来接他的汽车又改为乘车, 结果比平时早 10 分钟到家, 此人步行\_\_\_\_\_分钟遇到接他的汽车.

10. 对于给定的有顺序的四个数：30, 10, 67, 15. 任意交换两个非相邻位置的数，算作一次操作（不允许交换两个相邻位置的数），能否利用三次操作，使得最后得到的四个数从左到右依次减小，写出具体的操作步骤。

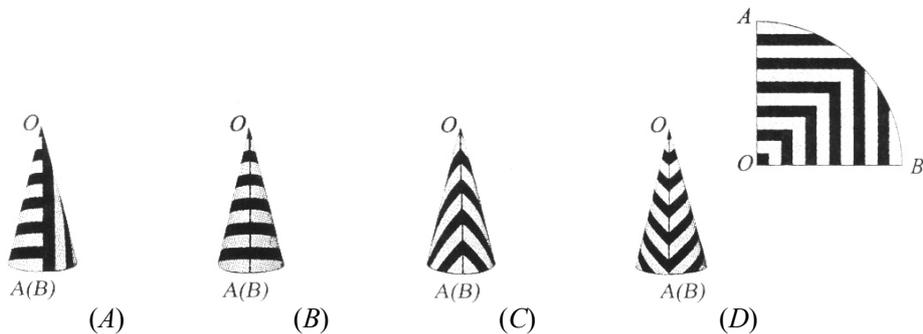
11. 2009 只茶杯，杯口朝下，每次翻动 4 只茶杯，能否经过若干次翻动，使所有茶杯全变为杯口朝上？每次翻动 5 只呢？

12. 在一张长方形纸片上有 2009 个点，加上 4 个顶点共有 2013 个点，这些点中任意 3 点都不在一条直线上。现在以这 2013 个点为顶点，把长方形纸片剪开，最多能剪出多少个三角形（任意两个三角形没有重叠）？

13. 复旦大学某班  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、 $I$  共 9 名同学参加 2010 年上海世博会志愿者知识测试。测试合格者进入志愿者选拔范围。测试结果只有一人合格。向他们询问谁合格。他们的回答如下：

$A$ ：“是  $E$ ”；       $B$ ：“是我”；       $C$ ：“是  $B$ ”；       $D$ ：“不是  $E$ ”；       $E$ ：“是  $B$  或  $H$ ”；  
 $F$ ：“是  $E$ ”；       $G$ ：“不是  $B$ ”；       $H$ ：“不是  $B$  也不是我”；       $I$ ：“ $H$  所说的是事实”。  
 其中，说实话的只有 3 个人，那么请问合格的是\_\_\_\_\_。

14. 将如图所示的圆心角为  $90^\circ$  的扇形纸片  $AOB$  围成圆锥形纸帽，使扇形的两条半径  $OA$  与  $OB$  重合（接缝粘贴部分忽略不计），则围成的圆锥形纸帽是\_\_\_\_\_。



15. 在下边的算式中  $A$ 、 $B$  代表不同的数字，若算式成立，求出  $A=()$ 、 $B=()$ 。

$$\begin{array}{r} A \ B \\ \times B \ A \\ \hline 1 \ 1 \ 4 \\ 3 \ 0 \ 4 \\ \hline 3 \ 1 \ 5 \ 4 \end{array}$$

16. 你让工人为你工作 7 天，给工人的回报是一根金条。金条平分成相连的 7 段，你必须在每天结束时给他们一段金条，如果只许你两次把金条弄断，你如何给你的工人付费？

17. 有一堆夹心糖，如果按 8 块一份来分，最后剩 2 块；按 9 块一份来分，最后剩 3 块；按 10 块一份来分，最后剩 4 块。这堆糖至少有\_\_\_\_\_块？

18. 假设排列着 100 个乒乓球，由两个人轮流拿球装入口袋，能拿到第 100 个乒乓球的人为胜利者。条件是：每次拿球者至少要拿 1 个，但最多不能超过 5 个，问：如果你是最先拿球的人，你该拿几个？以后怎么拿就能保证你能得到第 100 个乒乓球？

## 2012 深圳市第 3 届“启智杯”数学思维竞赛题答案 (A 组)

1、【答案】25 或 29

【分析】五个杯字之和的个位数为杯，说明杯=0或杯=5；

若杯=0，则四个智字之和的个位数为智，智=0；从而三个启字之和的个位数为启，启=0；

两个爱字之和的个位为爱，进位为我，无解。

因此，杯=5，由此推出四个智字之和加2的个位数为智，智=6；三个启字之和加2的个位数为启，启=4或启=9，进而得知爱=9或爱=8，我=1。

因此：我爱启智杯=19465 或 18965，而我+爱+启+智+杯=25 或 29

2、【答案】能，打开贴有“混合色”标签的袋子。

【分析】由于三个袋子都标错了标签，所以三种标签构成一种“轮换”，不会出现“对换”。打开“混合色”标签的袋子，由于依据假设，该袋子内必然是单色的，若拿出的是红色球，则该袋子应该标注“红色”，而原来标注红色的必然是“白色”，白色标签的也就是混合色了。若拿出的是白色球，则该袋子应该标注“白色”，而原来标注白色的必然是“红色”，红色标签的也就是混合色了。

3、【答案】(1) 除了 19 都是 3 的倍数；(2) 除了 19 都是合数；(3) 除了 9 都是非平方数；(4) 除了 27 都是非立方数。

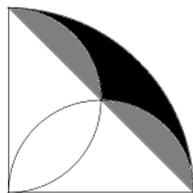
【分析】答案不唯一，考察发散性思维。

4、【答案】 $62 \times 286 = 682 \times 26$      $18 \times 891 = 198 \times 81$

【分析】规律是： $\overline{ab} \times \overline{bca} = \overline{acb} \times \overline{ba}$ , (其中  $c = a + b$ )

5、【答案】57:100

【分析】如图，先把阴影面积进行转移，假设大圆的半径为 2，则  $S_{\text{阴影}} : S_{\text{空白}} = (\pi - 2) : 2 = 57 : 100$



6、【答案】C

【分析】根据题意，一个圆周长为  $1+2+3+4+5=15$  厘米。2012=15×134+2，所以 2012 与 2 所对应的点是一样的，易知 2 与 C 对应。

7、【答案】A:80; B:77

【分析】：(1) 因为与数字 2 相邻的四个面上的数字分别是 3、5、8、9。所以数字 2 的对面上的数字是 11；(2) 因为与数字 8 相邻的四个面上的数字分别是 3、2、11、9。所以数字 8 对面上的数字是 5。(3) 剩下的 3 对面上的数字是 9。所以，

A 柱体表面 (不含底面) 点数之和 =  $(3+2+11+5+8) + (2+9+11+3) + (8+11+5+2) = 80$

B 柱体表面 (不含底面) 点数之和 =  $(2+8+9+5+3) + (11+3+2+9) + (8+3+5+9) = 77$

8、【答案】631

【分析】从第二层起，各层都是正六边形，其边长依次加 1，故各层小正六边形个数依次为： $1, 6 \times 2 - 6 = 6, 6 \times 3 - 6 = 18, \dots, 6 \times 15 - 6 = 84, 1 + 6 + 6 \times 2 + \dots + 6 \times 14 = 631$

【注】此题曾引发无限的争论，争论的焦点是对“当铺第 15 层时”这句话的理解。从语文上来说，是有一定的歧义：也可以理解成铺第 15 层这一层要几块瓷砖，或者是刚开始铺第

15层时，也即前14层需要几块瓷砖。而作为一名久经沙场的考生来说，应该具备一定的揣摩命题人心思的能力，从数学上来说，问得应该是“当铺完第15层时，总共用了\_\_\_\_\_块瓷砖”。（考虑下“当铺第1层时，用了\_\_\_\_\_块瓷砖”怎么理解，你就懂了）

9、【答案】(1) 63, 64, 65; (2) 609, 610, 611

【分析】(1) 分别能被3、4、5整除的三个最小的连续整数为3、4、5；之后的连续整数若能分别被3、4、5整除，则它们必然是3、4、5的公倍数依次加上3、4、5，两位数里只有63、64、65

(2) 先来考虑三个数公差为3的情况，7,10,13; 917,920,923; 1827,1830,1833;……而现在要求的是连续自然数，于是，除以3即可得：609, 610, 611

10、【答案】共2类：等腰直角 $\triangle$ （16个）和钝角 $\triangle$ （16个），共32个（画法略）

【分析】在图中面积要为 $\frac{1}{2}$ ，只能是底和高都是1的 $\triangle$ 。其中，等腰直角 $\triangle$ 有 $4 \times 4 = 16$ 个（每个小正方形包含4个）；钝角 $\triangle$ 有 $8 \times 1 + 4 \times 2 = 16$ 个（外围8条长为1的底，每条对应1个；里面4条长为1的底，每条对应2个）；共32个。

11、【答案】60

【分析】形如 $4\square, 1,5\square, 2,6\square, 3,7\square, 4,8\square, 5,9\square, 6$ ，其中， $\square$ 中可以是0—9。所以共有60种。

12、【答案】(1) 最多可购买2000元货物；(2) 至少支付1265元

【分析】(1) 基本思想：每次尽量购买200的倍数的物品以获取最大赠送量；最后剩余100而得不到赠送时可以采取借用后再还的方式。

参考方案：最多可购买2000元货物

第一步：先买1000元物品，获得500元奖券；

第二步：再买400元物品，获得200元奖券；

第三步：再买200元物品，获得100元奖券，加上第一次剩下的100元；

第四步：再买200元物品，获得100元奖券，向别人暂借100元奖券；

第五步：再买200元物品，获得100元奖券归还借的人。

(2) 基本思想：尽量一次性地超出200元的倍数，并使超出的数尽可能的小，以便获得较多的赠送；后面购买商品尽可能使用赠券，以便尽量节省现金；将商品分组，每一组以倍数缩减。因此，大数额的先购，以便取得赠送购买较小数额的产品。购买策略：

第一步：先购买羊毛衫和拉杆箱，合计付人民币1003元，获得赠送券500元；

第二步：再购买T恤与浴巾，合计606元，用人民币106元及赠券500元，获赠券300元；

第三步：再购买旅游鞋与部分日用品，合计 $338 + \text{约}70 = 400$ 余元。用人民币100余元及赠券300元，获得赠券200元；

第四步：再购买皮带256元，用人民币56元及赠券200元，获得赠券100元；

第五步：用赠券100元购买其余的日用品。若再向别人暂借100元奖券。则可购买更多的商品，再将获得赠券100元归还别人。

$1003 + 106 + 100 + 56 = 1265$

【注】何不无视此题？它严重缺乏数学的严谨性！比如：如果考虑借优惠券，170日用品可以分开则最多只需花1200元，构造如下：

先买 $798 + 2 = 800$ ，花800元；获赠400券

再买 $338 + 458 + 4 = 800$ ，花300元，借100券，用400券；获赠400券

再买 $256 + 144 = 400$ ，用400券；获赠200券

最后 $205 + 148 + 20 = 373$ ，花100元，再借100券，用200券；获赠200券，还了。

共花 $800 + 300 + 100 = 1200$ 元。（ $2 + 4 + 144 + 20 = 170$ 把日用品给拆开了）

或者：更简单地直接借1200券，买2400物，花1200元，获赠1200，还之。（花了更少的钱，买了更多的东西，何乐而不为？）

## 2011 深圳市第 2 届“启智杯”数学思维竞赛题答案 (A 组)

1. 【答案】 $2+0+1\times 1+2+0+3=9$  (不唯一)

【分析】答案不唯一，注意到左边所有数的和为 10，与最后得数差 1，此为突破口。

2. 【答案】数=9，学=2，好=3

【分析】由于结果是两位数，所以学只可能是 1 或 2。

3. 【答案】启=5，智=9，杯=8

【分析】解方程组。(2)+(3) 即能求出“启=5”。

4. 【答案】5 种，1、2、4、8、16

【分析】首先 1 元、2 元必须有，3 元可以由 1 元和 2 元得到，4 元必须有，5 元、6 元、7 元都可以由之前币种构成，类似推理，可得 8 元币、16 元币也必须有。

5. 【答案】 $x=9, y=14, z=127$ ；规律：右上=左上-2，左下=左上+3，右下=左下 $\times$ 右上+1

【分析】考察你的观察能力与数感。

6. 【答案】18

【分析】考虑最坏情况。一种颜色取 15 个，另外两种颜色各取 1 个，此为最倒霉情况，再取 1 只就能保证。

7. 【答案】 $d+e+f=a+b+c+21$  (不唯一)

【分析】答案不唯一。

8. 【答案】5:1

【分析】不妨设长 4 宽 3，于是  $S_1=S_4=4$ ， $CE=\frac{4}{3}$ ， $CF=1$ ， $S_3=\frac{2}{3}$ ， $S_2=\frac{10}{3}$

9. 【答案】4

【分析】 $a+\frac{1}{b+\frac{1}{c+\frac{1}{d}}}=\frac{43}{30}\Rightarrow a=1, b+\frac{1}{c+\frac{1}{d}}=\frac{30}{13}\Rightarrow b=2, c+\frac{1}{d}=\frac{13}{4}\Rightarrow c=3, d=4$

10. 【答案】 $3\times\frac{3}{4}=3-\frac{3}{4}$ ， $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$  (不唯一)

【分析】 $n\times\frac{n}{n+1}=n-\frac{n}{n+1}$ ， $\frac{1}{n}\times\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ 。

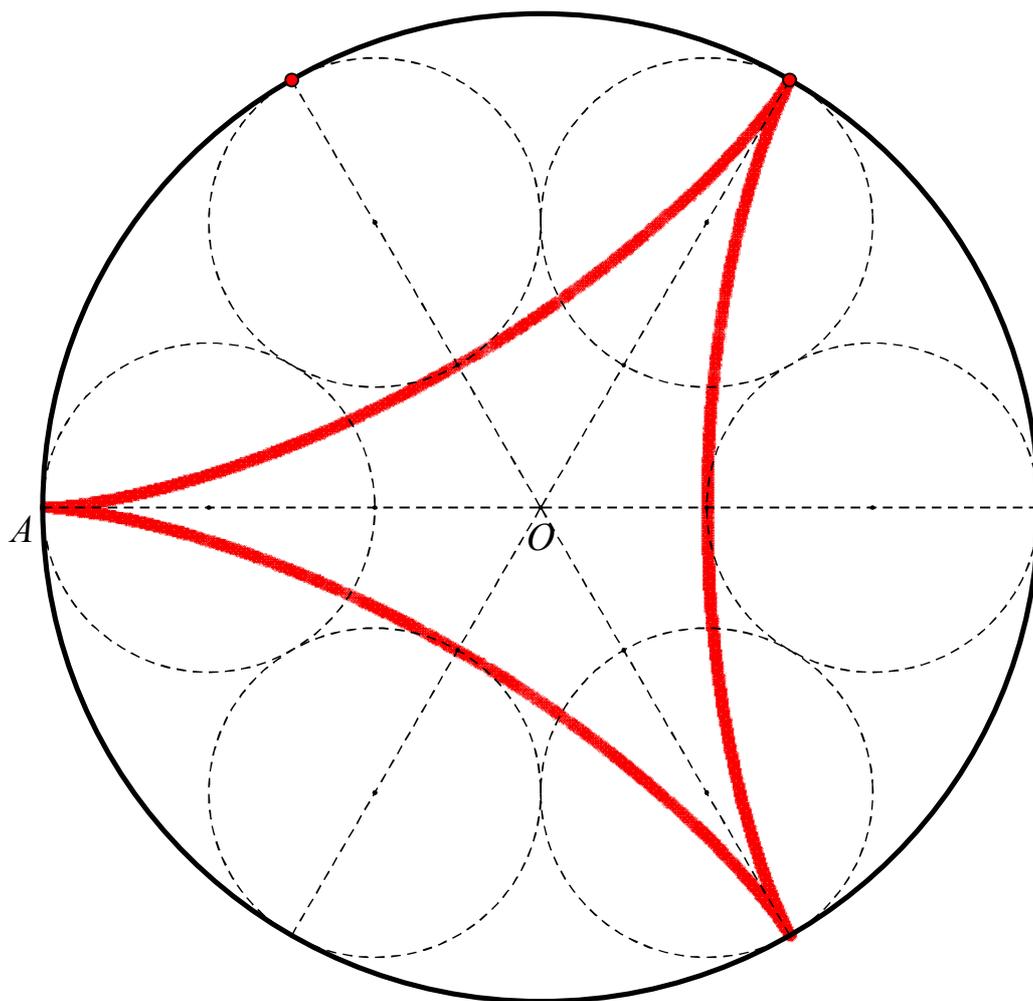
11. 【答案】(1) 一样。因为滚的路程相同，小圆半径相同，所以都是 3 圈。(2) 如图

【注】此题曾引发争议。

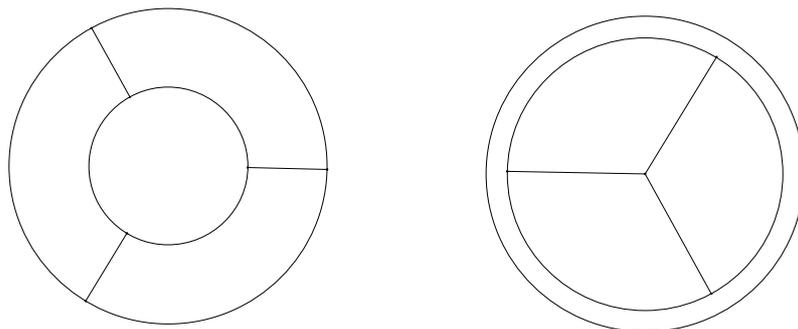
有另外一种观点是：甲图中如果追踪某条固定的半径，它相对于圆心  $O$  来说只转了 720 度 (2 圈)；乙图中如果追踪某条固定的半径，它相对于圆心  $O$  来说转了 1440 度 (4 圈)。

两种观点都是对的，相当于小圆在自转的同时又在围绕大圆的圆心公转。

那么答案应该是什么呢？传闻当年阅卷时，两种答案都是对的。因为题目本身貌似没有说明白。而事实上，个人更倾向于 3 圈这个答案，因为题目中只是简单用了“滚动”这两个字来问，如果是后一种理解的话，题目应该会这样问“\*\*半径绕  $O$  点转了几圈？”(事实上，\*\*半径在绕着  $O$  旋转就不是一件容易理解的事情)



12. 【答案】如图（不唯一）

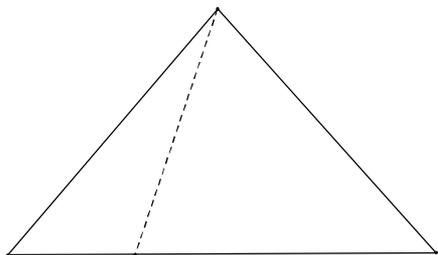


13. 【答案】 $A$  是 3,  $B$  是 6,  $C$  是 5,  $D$  是 4

【分析】 $6543 \rightarrow 5436 \rightarrow 4365 \rightarrow 3654 \rightarrow 6543 \rightarrow 5436 \rightarrow \dots$  周期为 4, 第 2011 个小朋友与第 3 个小朋友一样, 结果是 3654

2010 深圳市第 1 届“启智杯”数学思维竞赛题答案 (A 组)

1. 【答案】



【分析】即要从某个顶点开始剪

2. 【答案】将硬币①叠放在硬币⑤上.

【分析】略

3. 【答案】(1)、 $(5 \div 5) \times (5 \div 5) = 1$ ; (2)、 $(5 \div 5) + (5 \div 5) = 2$ ; (3)、 $(5 + 5 + 5) \div 5 = 3$ ;  
(4)、 $(5 \times 5 - 5) \div 5 = 4$ ; (5)、 $(5 - 5) \times 5 + 5 = 5$ ; (6)、 $(5 \times 5 + 5) \div 5 = 6$ .

【分析】答案不唯一

4. 【答案】1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21.

【分析】答案不唯一

5. 【答案】D.

【分析】何不无视此题, 如果此题你发现一种规律, 得到一个答案, 那么这个答案就是对的. 其中 D 的规律是: 外不变, 内变成中间. (由左边两图得到)

6. 【答案】21

【分析】此规定等价于: 3 个空瓶=1 瓶汽水 (不含瓶), 也即买 3 瓶可以喝 4 瓶, 现在要喝 28 瓶, 只需买  $28 \div 4 \times 3 = 21$  瓶. 具体操作是, 买 21 瓶; 喝完后用 20 个瓶盖去换 5 瓶; 再喝完后用 4 个瓶盖去换 1 瓶; 再喝完时有 3 个瓶盖, (先借一个瓶盖) 然后去买一瓶, 喝完再把瓶盖还回去.

【注】对此类题型, 若题目中无特别说明不能借瓶盖, 命题人的意图都是可以借瓶盖的.

7. 【答案】18.84

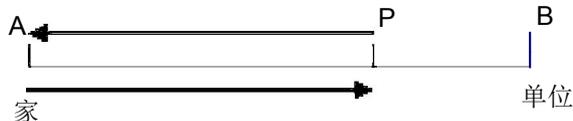
【分析】阅读材料题, 由环绕地球旅行问题的计算过程可发现, 地球赤道的半径在计算过程中消去了, 计算结果只与巨人的身高有关, 结果还是  $3.14 \times 0.003 = 0.01884 (km) = 18.84 (m)$ .

8. 【答案】37

【分析】在  $n$  条直线的基础上再增加一条直线, 就增加了  $n+1$  个部分. 故共  $1+1+2+3+\dots+8=37$  个部分.

9. 【答案】55

【分析】如图, 假定此人在  $P$  点遇到接他的汽车, 也就是说, 与往常相比, 汽车少走两个  $PB$  (一个来回), 结果少用 10 分钟, 说明走一个  $PB$  需 5 分钟. 汽车到单位应是 5 点钟, 那么到  $P$  点是 4 点 55 分, 也就是, 此人 4 点开始从办公室出来, 4 点 55 分在  $P$  点遇到汽车, 共走了 55 分钟.



10. 【答案】能，步骤见分析

【分析】第一步：交换 30 与 15，得到 15，10，67，30；

第二步：交换 67 与 15，得到 67，10，15，30；

第三步：交换 30 与 10，得到 67，30，15，10.

11. 【答案】不能；能.

【分析】(1) 一只茶杯，从杯口朝下翻成杯口朝上，需要翻动奇数次. 那么 2009 只茶杯，要全部朝上，翻动的总“杯次”应为奇数（奇数个奇数之和为奇数）. 但是，每次翻动 4 只茶杯，无论翻多少次，总“杯次”都是偶数，所以做不到.

(2) 每次翻动 5 只则可以. 如：把 2009 只茶杯排成一圈，从某一个茶杯开始，顺次翻下去，每次翻 5 只，翻 2009 次. 这样每个茶杯翻动了 5 次，所以全部变成杯口朝上了！

12. 【答案】4020

【分析】观察可发现放入第 1 个点可剪出 4 个三角形，以后每增加一个点，可多剪出 2 个三角形，所以最多可剪出  $4+2008\times 2=4020$  个小三角形.

13. 【答案】H

【分析】假设 A 说实话，则 F、G、H、I 也是说实话，这“与说实话的只有 3 个人”不符，所以 A 说了假话，从而 E 不合格，F 说了假话，D 说了实话；再假设 B 说实话，则 C、D、E 也是说实话，这“与说实话的只有 3 个人”不符，所以 B 说了假话，从而 B 不合格，C 说了假话，G 说了实话；E 与 H 一定是一人说假话，一人说实话，从而 I 说假话，继而得出 H 说假话，E 说实话. 所以 H 是合格的.

14. 【答案】B

【分析】根据 A 点和 B 点重合的位置排除 A 和 D，另外 C 是容易出错的点，可剪开试试.

15. 【答案】A=3、B=8

【分析】试试  $14\times 41, 27\times 72, 38\times 83, 46\times 64, 69\times 96$  即可

16. 【答案】分成  $1/7$ 、 $2/7$  和  $4/7$  三份

【分析】第 1 天给工人  $1/7$ ；第 2 天给他  $2/7$ ，拿回  $1/7$ ；第 3 天给他  $1/7$ ；第 4 天给他  $4/7$ ，拿回  $1/7$  和  $2/7$ ；第 5 天给他  $1/7$ ；第 6 天给他  $2/7$ ，拿回  $1/7$ ；第 7 天给他  $1/7$ .

【注】此题本质上是一个进制问题.

17. 【答案】354

【分析】先借 6 块糖来，放进这堆糖里，那么糖的总数就是 8 的倍数，也是 9 的倍数，又是 10 的倍数. 8、9、10 的最小公倍数是  $8\times 9\times 5=360$ ，因而这堆糖加上 6 块以后，至少是 360 块，所以这堆糖至少有 354 块.

【注】经典的余数问题，减同.

18. 【答案】先拿 4 个，之后对方拿  $x$  个，我就拿  $6-x$  个

【分析】我们不妨逆向推理，如果只剩 6 个乒乓球，让对方先拿球，你一定能拿到第 6 个乒乓球. 理由是：如果他拿 1 个，你拿 5 个；如果他拿 2 个，你拿 4 个；如果他拿 3 个，你拿 3 个；如果他拿 4 个，你拿 2 个；如果他拿 5 个，你拿 1 个.

再把 100 个乒乓球从后向前按组分开，6 个乒乓球一组. 100 不能被 6 整除，这样就分成 17 组；第 1 组 4 个，后 16 组每组 6 个. 这样先把第 1 组 4 个拿完，后 16 组每组都让对方先拿球，自己拿完剩下的. 这样你就能拿到第 16 组的最后一个，即第 100 个乒乓球.

【注】游戏与策略问题